

使用位置编码物理信息神经网络的声场重建研究

汪 绘 理 张 二 亮

(郑州大学机械与动力工程学院 郑州 450001)

摘 要: 基于坐标输入的物理信息神经网络在声场重建中易受频谱偏差制约,难以准确表征声场的高频成分。本研究将有限声压数据条件下的声场重建视为图像修复问题,提出一种具备傅里叶特征的位置编码物理信息神经网络。该方法不仅将 Helmholtz 方程嵌入损失函数以施加物理约束,还通过多频率的正弦以及余弦函数对空间坐标进行高维映射,从而有效调控神经网络对声场在空间尺度上不同频率成分的代表能力。仿真结果表明,与基于坐标的物理信息神经网络方法相比,所提方法的重建误差降低超过 10 dB,且迭代次数仅为前者的 25%。扬声器实验进一步验证了所提方法在实际声场重建中的有效性。

关键词: 声场重建;物理信息神经网络;傅里叶特征;位置编码

中图分类号: TN912 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4030

Research on sound field reconstruction using physics-informed neural network with positional encoding

Wang Huili Zhang Erliang

(School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Physics-informed neural network with coordinate inputs is susceptible to spectral bias in acoustic field reconstruction, making it difficult to accurately represent the high-frequency components of the sound field. This paper formulates acoustic field reconstruction under limited sound pressure measurement conditions as an image inpainting problem, and proposes a physics-informed neural network embedded with Fourier feature positional encoding. The proposed method not only embeds the Helmholtz equation into the loss function to enforce physical constraints, but also maps spatial coordinates into a high-dimensional feature space using sine and cosine functions of multiple frequencies, thereby effectively modulating the network's ability to capture sound field variations across different spatial frequency scales. Simulation results demonstrate that compared with the coordinate-based physics-informed neural network method, the proposed method reduces the reconstruction error by more than 10 dB, and the number of iterations required for convergence is only 25% of that of the former. Loudspeaker experiments further validate the effectiveness of the proposed method in practical sound field reconstruction.

Keywords: sound field reconstruction; physics-informed neural network; Fourier feature; positional encoding

0 引 言

声场重建是声信号处理领域面临的主要挑战之一,其目的是利用离散的麦克风测量集合重建声压的时空分布。这种重建具有广泛的应用^[1],例如空间主动噪声控制、声源分离^[2]、声源定位^[3-4]以及声学成像^[5]等。为了准确表示没有测量的声场,已经研究了大量的重建方法,包括模态重建^[6]、压缩感知^[7]、核回归^[8]以及基于神经网络的方法^[9-10]。

在声场重建领域,以 U-net 神经网络和生成对抗网络为代表的深度神经网络技术凭借其强大的数据驱动型特

征学习能力,能够从海量的声学数据中自主挖掘并学习声场特性的复杂统计模式,如声源位置与声场分布的映射关系、不同环境下声学参数的概率分布等,进而实现声场的重建。

虽然给定一组输入和输出对,深度神经网络能够通过适当的优化在足够大的数据量上提取输入和输出之间的复杂关系,但先验知识仍然在寻找最优解方面发挥着重要作用。将物理先验信息与深度学习相融合的机器学习模型被称为物理信息神经网络(physical information neural network, PINN)。通过将支配声波传播的偏微分方程

(partial differential equation, PDE), 如时域波动方程和频域 Helmholtz 方程, 作为惩罚项纳入神经网络的训练损失函数中, PINN 在声场重建领域获得了广泛关注^[11-16]。在用于声场重建的 PINN 架构中, 考虑到声压的正负取值特性, 文献[12-14]选择双曲正切或者正弦函数作为激活函数。同时, 为了平衡数据项损失与 PDE 项损失, 文献[12]通过适当的变换使两者具有相同的物理量纲。此外, 文献[17]将双三次样条插值引入到物理信息卷积神经网络中, 以求解 Helmholtz 方程中的微分算子。

然而, 上述的 PINN 方法均以位置坐标为输入、以声压为输出进行训练, 往往需要进行大量的迭代, 导致效率低下。在图像处理领域, 基于坐标的多层感知机以像素网格坐标为输入, 以颜色或像素值作为训练输出, 在图像中快速变化的成分(如细节、边缘和纹理)被归类为高频成分, 而整体结构及缓慢变化的区域则属于低频成分。根据神经正切核理论, 基于坐标的多层感知机对应于具有频率快速衰减特性的内核, 这使其难以捕捉自然图像与场景中固有的高频成分, 这种现象被称为频谱偏差问题^[18-20], 文献[20]提出傅里叶特征映射来缓解频谱偏差, 即通过不同频率的正弦和余弦函数将原始坐标投影到高维空间中。

本研究将声场重建视为图像修复问题: 离散麦克风的坐标被视作图像中的像素坐标, 声压则被类比为像素值, 将 Helmholtz 方程作为物理先验嵌入神经网络中。在网络架构中添加了 1 个具有傅里叶特征的位置编码(Fourier feature positional encoding, FFPE)层, 该层对麦克风的坐标进行变换, 由此构建出一种名为 FFPE-PINN 的网络架构。通过混响环境下的模拟数据以及实测数据, 验证了 FFPE-PINN 相较于以坐标为输入的物理信息神经网络的优越性以及重建真实声场中的有效性。

1 问题建立

考虑一个具有平稳声学性质的空间 Ω 。在无测量噪声的情况下, 由外部声源产生的声压在空间 Ω 中满足以下的齐次 Helmholtz 方程:

$$(\nabla^2 + k^2)u(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad \forall \mathbf{r} \in \Omega \quad (1)$$

式中: $u(\mathbf{r}, \omega)$ 是在角频率 ω 以及空间位置 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 处的频域声压, $k = \omega/c$ 是与声速以及角频率有关的波数, ∇^2 是拉普拉斯算子。

在实际中, 通常是使用 I 个麦克风在空间 Ω 内对声场进行离散采样。本研究的任务在于使用有限测量的声压数据来重建感兴趣区域内的声场。

2 网络架构

2.1 PINN

在频域声场重建中, PINN 方法通常采用多层感知机架构, 分别对频域声压的实部和虚部进行建模。神经网络包含 1 层用于输入坐标 $\mathbf{r}$ 的输入层、 h 个隐藏层以及 1 层

输出预测值 $\hat{u}(\mathbf{r}, \omega)$ 的输出层, 将以坐标为输入的物理信息神经网络称为 Coordinate-PINN, 其可描述为:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_1 = \phi(\mathbf{W}_1 \mathbf{r} + \mathbf{e}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{F}_h = \phi(\mathbf{W}_h \mathbf{F}_{h-1} + \mathbf{e}_h) \\ \hat{u}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{W}_{h+1} \mathbf{F}_h + \mathbf{e}_{h+1} \end{cases} \quad (2)$$

式中: ϕ 是激活函数, $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{e}$ 分别是权重矩阵和偏置向量。

考虑到声场的波动特性, 用于训练神经网络的损失函数包含两个部分:

$$\mathcal{L}_{\text{PINN}}(\hat{u}(\mathbf{r}, \omega)) = \mathcal{L}_{\text{data}} + \lambda \mathcal{L}_{\text{PDE}} \quad (3)$$

式中: $\mathcal{L}_{\text{data}}$ 和 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 分别代表数据损失和 PDE 损失。

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{\text{data}} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I |u(\mathbf{r}_i, \omega) - \hat{u}(\mathbf{r}_i, \omega)|^2 \\ \mathcal{L}_{\text{PDE}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |\nabla^2 \hat{u}(\mathbf{r}_q, \omega) + k^2 \hat{u}(\mathbf{r}_q, \omega)|^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 表示在学习过程中引导神经网络逼近物理上可接受的解, Q 表示重建域内用于评估 PDE 方程的空间点数量, λ 为用于平衡数据损失与 PDE 损失的权重因子。为确保 $\mathcal{L}_{\text{data}}$ 和 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 具有相同单位的物理量, 将 $\mathcal{L}_{\text{PDE}}$ 除以 k^2 ^[12], 则:

$$\mathcal{L}_{\text{PDE}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \left| \frac{\nabla^2 \hat{u}(\mathbf{r}_q, \omega)}{k^2} + \hat{u}(\mathbf{r}_q, \omega) \right|^2 \quad (5)$$

这种处理有助于权重因子 λ 的确定。例如, 对于一大类 PINN 问题, λ 可设为 1。

2.2 傅里叶特征位置编码

将声场的空间分布视为图像, 其中缓慢变化的区域被称为低频成分, 振荡部分被称为高频成分。神经正切核理论认为, 神经网络的训练过程等同于使用核函数的核回归, 基于坐标的多层感知机对应于具有频率快速衰减特性的核函数, 因此仅对声场中的低频成分具有快速和精确表征能力。根据 Helmholtz 控制方程, 声场的分布随着频率的升高逐步从平缓向急剧振荡过渡, 高频成分占比不断增加, 导致 Coordinate-PINN 在高频声场重建中尤为困难。

傅里叶特征映射可以有效缓解频谱偏差^[20], 其一般形式为:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = [a_1 \sin(2\pi b_1 \mathbf{r}), a_1 \cos(2\pi b_1 \mathbf{r}), \dots, a_l \sin(2\pi b_l \mathbf{r}), a_l \cos(2\pi b_l \mathbf{r})]^T \quad (6)$$

其中, l 表示映射维度, a 对应傅里叶级数系数, b 是傅里叶特征频率。

由式(6)构造的核函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \mathbf{F}(\mathbf{r}_1)^T \mathbf{F}(\mathbf{r}_2) = \sum_{v=1}^l a_v^2 \cos(2\pi b_v (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)) = \\ &= \sum_{v=1}^l a_v^2 \cos(2\pi b_v \Delta \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, 特征频率 b 越大越容易拟合高频成分。为了方便参数 a 、 b 的调整, 实践中通常采用一种被称为位置编码^[20]的形式:

$$\mathbf{F}_{\text{PE}}(\mathbf{r}) = [\cdots, \sin(2\pi\sigma^{p/l}\mathbf{r}), \cos(2\pi\sigma^{p/l}\mathbf{r}), \cdots]^T \quad (8)$$

其中, $p = 0, \cdots, l-1$ 。

参数 σ 决定了特征频率的上限, 指数项的设置可以导出具有多尺度特征的核函数, 保证网络能够同时学习声场中的低频和高频成分。

本研究构建的 FFPE-PINN 架构如图 1 所示, 可描述为:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_{\text{PE}}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{F}_1 = \phi(\mathbf{W}_1 \mathbf{F}_0 + \mathbf{e}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{F}_h = \phi(\mathbf{W}_h \mathbf{F}_{h-1} + \mathbf{e}_h) \\ \hat{u}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{W}_{h+1} \mathbf{F}_h + \mathbf{e}_{h+1} \end{cases} \quad (9)$$

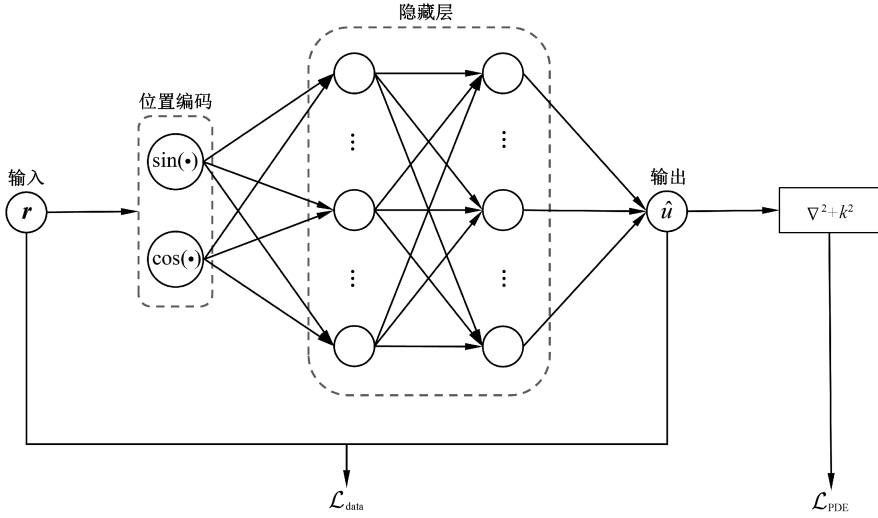


图 1 FFPE-PINN 架构

Fig. 1 FFPE-PINN architecture

Xavier 方法, 学习率设为 0.001。对于 FFPE-PINN, 位置编码在数据预处理中实现。

3.1 仿真算例

1) 算例描述

本研究模拟 1 个 $4\text{ m} \times 6\text{ m} \times 3\text{ m}$ 的矩形房间, 假设房间具有刚性边界, 设置混响时间 $T_{60} = 0.6\text{ s}$ 。采用格林函数近似轻度阻尼的矩形房间中的声场:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) \approx -\frac{1}{V} \sum_N \frac{\psi_N(\mathbf{r}) \psi_N(\mathbf{r}_0)}{(\omega/c)^2 - (\omega_N/c)^2 - j\omega/\tau_N} \quad (10)$$

其中, $\sum_N = \sum_{n_x=0}^{\infty} \sum_{n_y=0}^{\infty} \sum_{n_z=0}^{\infty}$ 表示房间三维模态阶数的总和, V 代表房间的体积, ω_N 是与模态有关的角频率, ψ_N 和 τ_N 分别是模态振型和时间常数, $\mathbf{r}_0$ 为声源的位置。

在房间中心选取 1 个 $0.4\text{ m} \times 0.4\text{ m}$ 的正方形区域, 声源与传声器阵列位于同一平面, 且声源距麦克风阵列中心 2.5 m 。以 0.01 m 的间隔进行采样, 共生成 $41 \times 41 = 1\,681$ 个数据。从完整数据集中, 以 0.04 m 的间隔均匀选

$\mathbf{F}_0$ 可被称为位置编码层或者傅里叶特征层。值得注意的是, 由于声场在空间尺度上的分布特征可以在波数域进行描述。因此, 在 FFPE-PINN 架构中, 网络对声场的建模呈现出双重表达机制: 显式层面, 网络通过输入的正弦与余弦函数, 直接构建其与频域声压之间的映射关系; 隐式层面, 则借助傅里叶特征映射所构造的核函数拟合波数域声压。

3 方法验证

Coordinate-PINN 和 FFPE-PINN 采用同样的网络架构, 包含两个隐藏层^[21], 每层有 32 个神经元, 使用 tanh 激活函数, 网络通过 Adam 优化器进行训练, 参数初始化采用

$11 \times 11 = 121$ 个测量位置, 用于训练神经网络。在重建平面内, 随机生成 1 024 个笛卡尔坐标以评估 PDE 残差。

为评估误差, 归一化均方误差 (normalized mean square error, NMSE) 定义为:

$$\text{NMSE}(u, \hat{u}) = 10 \lg \left(\frac{\sum_m^M |u(\mathbf{r}_m, \omega) - \hat{u}(\mathbf{r}_m, \omega)|^2}{\sum_m^M |u(\mathbf{r}_m, \omega)|^2} \right) \quad (11)$$

其中, M 为用于评估误差的数量。当 $M = 121$ 时为实测数据的拟合误差, 当 $M = 1\,681$ 时为总体重建误差。

2) 特定频率下声场的重建

为验证 FFPE-PINN 的性能, 选择 2 500 以及 3 500 Hz 的实部声场进行了重建, 设置迭代次数为 1 000。在缺少先验信息的情况下, 为了确定合适的超参数 l 和 σ , 本研究采用数据驱动的超参数选择策略, 首先使用不同的超参数取值, 最小化总损失函数, 然后以实测数据拟合误差最小为准则, 确定最优超参数。

在 2 500 Hz 处对超参数 l 和 σ 进行了联合扫描,计算拟合误差,如图 2 所示。可见拟合误差受超参数 σ 的影响较大,过度地增加 l 不能带来网络性能的明显提升。

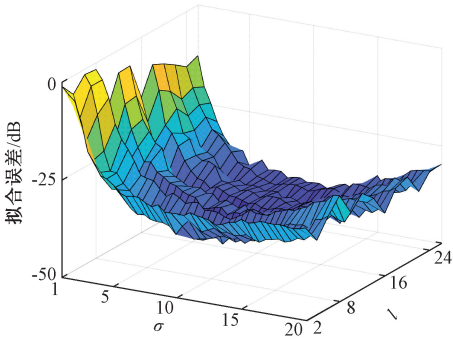


图 2 拟合误差随超参数的变化(2 500 Hz)

Fig. 2 The variation of fitting error as a function of hyperparameters (2 500 Hz)

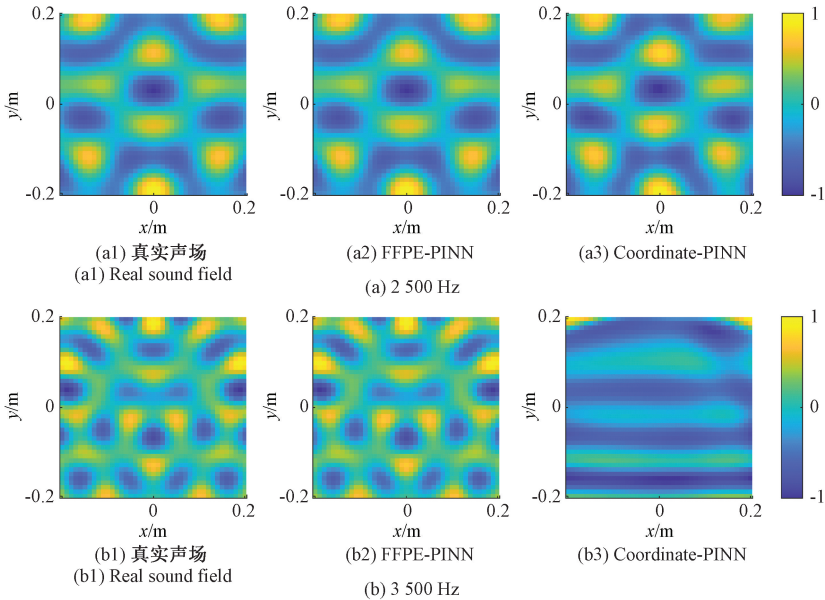


图 3 声场重建结果对比

Fig. 3 Comparison of result reconstructed sound fields

FFPE-PINN 和 Coordinate-PINN 进行声场重建,结果如图 4 所示。统计结果显示,在 2 500 和 3 500 Hz 两个频率下,FFPE-PINN 的重建误差中位数和极值范围均低于 Coordinate-PINN 方法。进一步通过 t-test 检验分析,在 0.02 的显著性水平上,FFPE-PINN 相比 Coordinate-PINN 能带来性能的显著提升。

另外,研究麦克风本底噪声对 FFPE-PINN 重建结果的影响。在每个麦克风通道上都添加了复高斯白噪声,得到了不同信噪比下的声压数据,重建误差如图 5 所示。当信噪比 < 30 dB 时,重建误差明显升高,而当信噪比 > 40 dB 时,本底噪声对重建精度的影响不再显著。工程中使用的专业麦克风具有较高的抗噪能力,信噪比通常 > 40 dB。

考虑到输入数据量,取 $l = 16$,在 2 500 以及 3 500 Hz 下 σ 的最优值分别为 9.5 和 16.5,重建的全场声压结果如图 3 所示。作为对比,Coordinate-PINN 的迭代次数设置为 4 000,对结果进行了归一化处理,同时评估了重建误差。在 2 500 Hz 下,FFPE-PINN 和 Coordinate-PINN 都产生了与理论声场吻合较好的结果,重建误差分别达到了 -33.22 、 -14.28 dB。在 3 500 Hz 时,FFPE-PINN 仍能获得与理论声场相符的重建结果,重建误差为 -21.39 dB,相比之下,Coordinate-PINN 重建误差高达 -0.57 dB。这是由于 FFPE-PINN 具有通过合并周期分量来处理多尺度变化和高频特征的优越能力,而 Coordinate-PINN 受限于频谱偏差,需依赖大量迭代进行试错拟合,导致训练效率低下。

考虑到重建结果会受到 PDE 评估点随机分布的影响,随机生成 20 组用于评估 PDE 的空间位置点,分别采用

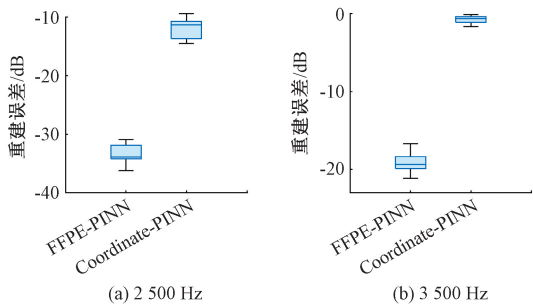
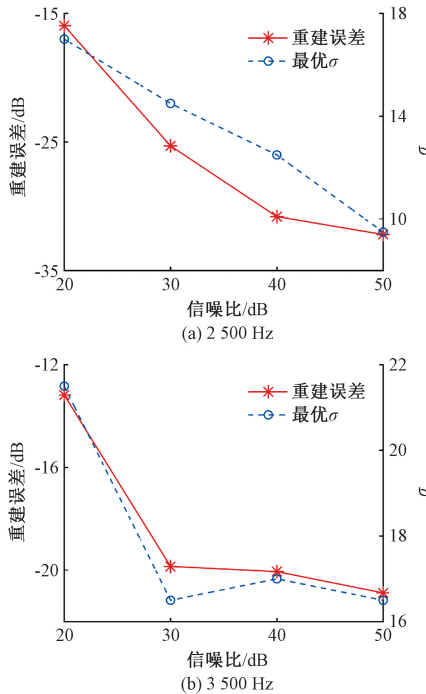


图 4 重建误差的箱体图

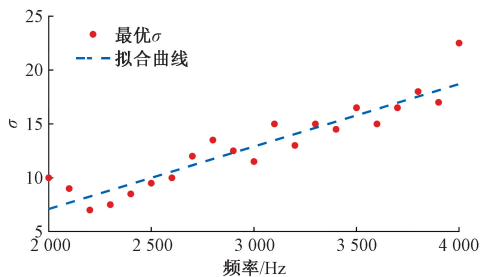
Fig. 4 Reconstruction error boxplots

3) 频段内声场的重建

选择频段 $[2\ 000, 4\ 000]$ Hz 的实部声场进行重建。以

图 5 重建误差与最优 σ 随信噪比的变化Fig. 5 Reconstruction error and optimal σ as a function of signal to-noise ratio level

100 Hz 为重建步长,获得的各频率下的最优 σ 如图 6 所示。随着重建频率的增加,最优 σ 呈现出了线性增加的趋势。为了避免繁琐的逐频率超参数调优,对其进行了线性拟合,线性拟合度 $R^2=0.86$,之后对全频段的声场进行了重建。

图 6 仿真最优 σ 随频率的变化Fig. 6 The optimal σ as a function of frequency in simulation

令 FFPE-PINN 和 Coordinate-PINN 的迭代次数分别为 1 000、4 000,重建误差如图 7 所示。Coordinate-PINN 在 2 600 Hz 之前能获得较好的重建效果,在 2 600 Hz 之后其重建精度低下,而 FFPE-PINN 在整个频段都能获得令人满意的重建效果,且 FFPE-PINN 所需的迭代次数仅为 Coordinate-PINN 的 25%。

3.2 实验验证

现使用由 56 个麦克风组成的圆形阵列来验证 FFPE-PINN 在重建真实声场中的有效性。实验装置如图 8 所示,扬声器靠近麦克风阵列,播放白噪声信号,麦克风型号为 GRAS. 40PP。

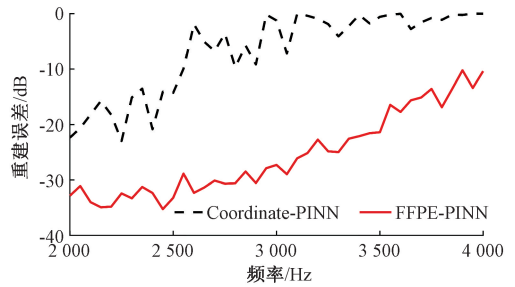
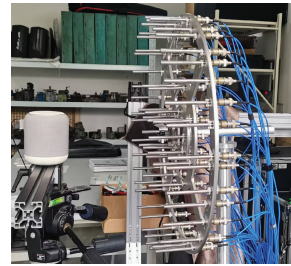
图 7 Coordinate-PINN 和 FFPE-PINN 的重建误差对比
Fig. 7 Comparison of reconstruction errors of Coordinate-PINN and FFPE-PINN

图 8 实验装置

Fig. 8 Experimental setup

选择其中 55 个麦克风进行训练,保留 1 个用来验证。在重建区域内生成了 2 048 个 PDE 评估点,迭代次数设置为 500。令 $l=16$,仅基于实部声压确定最优 σ ,随后在实部和虚部分别进行重建,整合得到声压的幅值。

在图 9 中展示了 600 Hz(最优 $\sigma=2$)以及 800 Hz(最优 $\sigma=4$)下的测量声场以及重建声场,黑色标记“ $\times$ ”处为用于验证的麦克风位置。

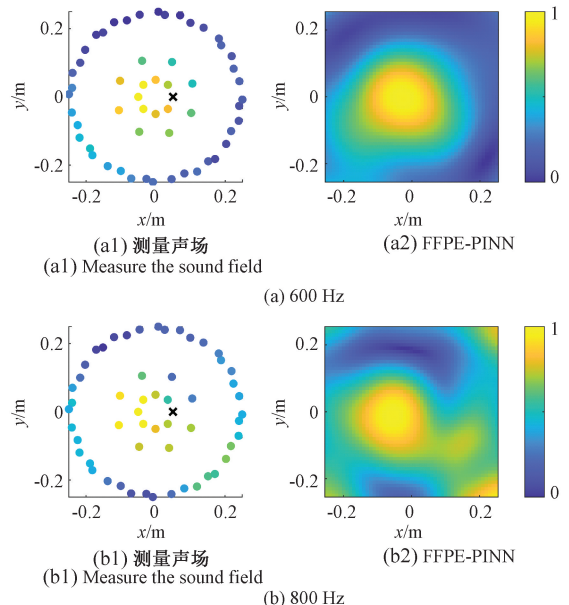


图 9 测量声场和重建声场的幅值

Fig. 9 Amplitudes of the measured sound field and the reconstructed sound field

FFPE-PINN 重建的声压分布与测量点的声压分布呈现出了高度的对应性,实现了扬声器辐射声场的高精度可视化。

选择频段[300, 1 000] Hz 的声场进行重建。获得各个频率下 σ 的最优值,如图 10 所示,线性拟合度 $R^2=0.67$ 。

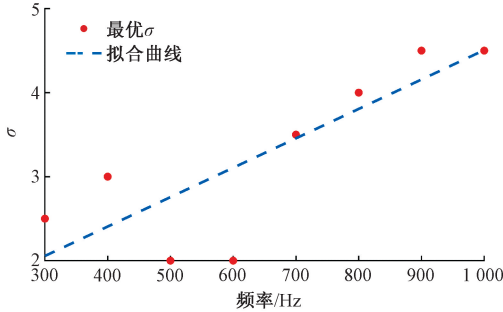


图 10 实验最优 σ 随频率的变化

Fig. 10 The optimal σ as a function of frequency in experiment

为验证重建结果的准确性,采用保留的麦克风测量数据进行声场预测精度的验证,如图 11 所示。预测值与测量值在幅值和相位上均高度吻合,充分表明所提方法具有良好的重建精度与可靠性。

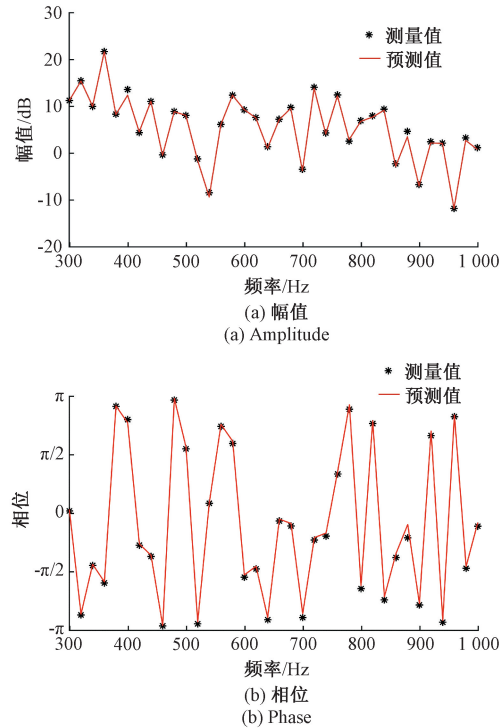


图 11 测量值与预测值的对比

Fig. 11 Comparison between measured and predicted values

4 结 论

本研究将声场重建转化为图像修复问题,通过将傅里叶特征位置编码嵌入神经网络架构,并将亥姆霍兹方程融

入损失函数,建立了一种适用于声场重建的傅里叶特征位置编码物理信息神经网络方法。仿真验证了所提出方法能够有效学习声场在空间尺度上的高频成分,从而显著提高声场重建的精度,与以原始坐标为输入的 PINN 相比,重建误差降低了 10 dB 以上;借助扬声器实验,进一步验证了所提的方法在声场重建中的有效性。

参考文献

- [1] UENO N, KOYAMA S. Sound field estimation: Theories and applications[J]. Foundations and Trends® in Signal Processing, 2025, 19(1): 1-98.
- [2] PEZZOLI M, CARABIAS-ORTI J J, COBOS M, et al. Ray-space-based multichannel nonnegative matrix factorization for audio source separation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 369-373.
- [3] 席旭刚,王晨,李文国,等. 基于二次互相关 SRP-PHAT 算法声源定位研究[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(4): 251-259.
- XI X G, WANG CH, LI W G, et al. Sound source localization based on quadratic cross-correlation SRP-PHAT algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(4): 251-259.
- [4] 刘扬,张传营,赵景玉,等. 多麦克风阵列数据融合声源定位方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(7): 97-108.
- LIU Y, ZHANG CH Y, ZHAO J Y, et al. Research on sound source localization method of multi-microphone array data fusion[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(7): 97-108.
- [5] 刘璞,阮自康,张晶博,等. 强干扰环境下的阵列非同步测量研究[J]. 电子测量技术, 2025, 48(8): 99-104.
- LIU P, RUAN Z K, ZHANG J B, et al. Non-synchronous array measurement in high-interference environment [J]. Electronic Measurement Technology, 2025, 48(8): 99-104.
- [6] DAS O, CALAMIA P, GARI S V A. Room impulse response interpolation from a sparse set of measurements using a modal architecture[C]//2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP), 2021: 960-964.
- [7] 闫昕蕾,李剑,孔慧华,等. 基于压缩感知的冲击波超压场重建方法[J]. 电子测量技术, 2022, 45(2): 84-90.
- YAN X L, LI J, KONG H H, et al. Reconstruction of shock wave overpressure field based on compressed sensing [J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(2): 84-90.

- [8] RIBEIRO J G C, KOYAMA S, SARUWATARI H. Kernel interpolation of acoustic transfer functions with adaptive kernel for directed and residual reverberations [C]//2023 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2023: 1-5.
- [9] LLUIS F, MARTINEZ-NUERO P, BO MOLLER M, et al. Sound field reconstruction in rooms: Inpainting meets super-resolution [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2020, 148 (2): 649-659.
- [10] FERNANDEZ-GRANDE E, KARAKONST-ANTIS X, CAVIEDES-NOZAL D, et al. Generative models for sound field reconstruction [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2023, 153 (2): 1179-1190.
- [11] KOYAMA S, RIBEIRO J G C, NAKAMURA T, et al. Physics-informed machine learning for sound field estimation: Fundamentals, state of the art, and challenges [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2025, 41(6): 60-71.
- [12] MA F, ZHAO S P, BURNETT I S. Sound field reconstruction using a compact acoustics-informed neural network [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2024, 156(3): 2009-2021.
- [13] KARAKONSTANTIS X, FERNANDEZ-GRANDE E. Room impulse response reconstruction using physics-constrained neural networks [C]//10th Convention of the European Acoustics Association. European Acoustics Association, 2023: 3181-3188.
- [14] OLIVIERI M, KARAKONSTANTIS X, PEZZOLI M, et al. Physics-informed neural network for volumetric sound field reconstruction of speech signals [J]. EURASIP Journal on Audio, Speech, and Music Processing, 2024, 2024(1): 42.
- [15] CHEN X Y, MA F, BASTINE A, et al. Sound field estimation around a rigid sphere with physics-informed neural network [C]//2023 Asia Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC), 2023: 1984-1989.
- [16] 陈世利, 吕玲玲, 童君开, 等. 基于物理信息嵌入式神经网络的管壁导波成像[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(8): 136-145.
- CHEN SH L, LYU L L, TONG J K, et al. Guided wave imaging of pipe wall based on physics embedded neural network [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(8): 136-145.
- [17] SHIGEMI K, KOYAMA S, NAKAMURA T, et al. Physics-informed convolutional neural network with bicubic spline interpolation for sound field estimation [C]//2022 International Workshop on Acoustic Signal Enhancement (IWAENC), 2022: 1-5.
- [18] RAHAMAN N, BARATIN A, ARPIT D, et al. On the spectral bias of neural networks [C]//International Conference on Machine Learning, 2019: 5301-5310.
- [19] JACOT A, GABRIEL F, HONGLER C. Neural tangent kernel: Convergence and generalization in neural networks [J]. ArXiv preprint arXiv: 1806.07572, 2018.
- [20] TANCIK M, SRINIVASAN P, MILDENHALL B, et al. Fourier features let networks learn high frequency functions in low dimensional domains [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2020, 33: 7537-7547.
- [21] ES'KIN V A, MALKHANOV A O, SMORKALOV M E. Are two hidden layers still enough for the physics-informed neural networks? [J]. Journal of Computational Physics, 2025, 537: 114085.

作者简介

汪烱理, 硕士研究生, 主要研究方向为基于物理信息神经网络的声场重建。

E-mail: 3275058292@qq.com

张二亮(通信作者), 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为声学阵列信号处理和系统辨识。

E-mail: erliang.zhang@zzu.edu.cn