

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2518730

脉冲噪声下基于张量表示的 LFM 信号参数估计方法<sup>\*</sup>张艳娜<sup>1,2</sup> 段通瑶<sup>1,2</sup> 郭勇<sup>3</sup> 张朝阳<sup>1,2</sup>(1. 河南师范大学计算机与信息工程学院 新乡 453007; 2. 智慧商务与物联网技术河南省工程实验室 新乡 453007;  
3. 内蒙古科技大学理学院 包头 014010)

**摘要:** 脉冲噪声因突发性、高强度及非高斯特性,破坏了 LFM 信号在分数域的峰值特性,导致非高斯环境下基于 FRFT 的参数估计算法性能失效。针对该问题,本文提出了一种在脉冲噪声环境下基于张量表示的 LFM 信号参数估计方法。首先,利用滑动窗口对含噪 LFM 信号进行分段,沿时间维度得到含噪 LFM 信号的三维张量表示;其次,利用高阶奇异值分解构建张量降噪模型,通过阈值筛选提取核心张量信息,实现对三维张量信号的降噪处理;在此基础上,计算降噪信号的 FRFT,建立分数域参数估计模型;最后,引入梦境优化算法对参数估计模型求解,并和张量降噪模型交替优化,通过确定最优分数谱的峰值位置实现对 LFM 信号的参数估计。实验结果表明,在稳定性参数  $\alpha \geq 0.8$  和 GSNR = -4 dB 时,本文方法估计的调频率 RMSE 值低于 0.1,显著优于其他方法,验证了张量表示方法在仿真数据和实测数据上均具有更强的抗噪性能和泛化能力。

**关键词:** 调频信号;脉冲噪声;张量分解;参数估计;分数傅里叶变换

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.4020

Tensor-based parameter estimation method of LFM signals  
under impulsive noiseZhang Yanna<sup>1,2</sup> Duan Tongyao<sup>1,2</sup> Guo Yong<sup>3</sup> Zhang Chaoyang<sup>1,2</sup>(1. College of Computer and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;  
2. Engineering Lab of Intelligence Business & Internet of Things, Xinxiang 453007, China;  
3. School of Science, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China)

**Abstract:** Characterized by its impulsive features, high intensity, and non-Gaussian properties, impulsive noise disrupts the peak characteristics of linear frequency modulated signals in the fractional Fourier domain. This degrades the performance of parameter estimation algorithms based on the fractional Fourier transform, causing significant estimated biases in non-Gaussian noise environments. To address this issue, a tensor-based parameter estimation method for LFM signals was proposed in impulsive noise environments. First, the noisy LFM signal is segmented by a sliding window along the time dimension to construct a three-dimensional tensor representation. Next, a denoising model is developed via higher-order singular value decomposition, where core tensor components are extracted from tensor signals by applying an energy thresholding criterion. Subsequently, an FRFT-based LFM parameter estimation model is established and solved by the dream optimization algorithm (DOA). Furthermore, the DOA optimization process is iteratively alternated with the tensor denoising procedure. Finally, the chirp rate and initial frequency are estimated by locating the peak position in the FRFT domain. Experimental results demonstrate that tensor representation effectively suppresses impulsive noise compared to the baseline FRFT method. Experimental results demonstrate that when the stability parameter  $\alpha \geq 0.8$  and GSNR = -4 dB, the RMSE of chirp rate estimated by the proposed method remains stably below 0.1, significantly outperforming other comparative methods. This validates the stronger noise resistance and superior generalization capability of the tensor representation method on both simulated and real-world data.

**Keywords:** modulation signals; impulsive noise; tensor decomposition; parameter estimation; fractional Fourier transform

## 0 引言

线性调频(linear frequency modulated, LFM)信号是

一类典型的非平稳信号,凭借其大时宽-带宽积特性,在雷达、通信、生物医学和机械健康管理等领域具有广泛的应用价值<sup>[1-4]</sup>。LFM 信号的参数(如初始频率和调频率)包含机

收稿日期:2025-04-30

\* 基金项目:河南省自然科学基金(232300421390)、国家自然科学基金(62201298)项目资助

械健康状态和物理对象运动变化信息,是系统检测能力、分辨能力和抗干扰能力提升的关键。近年来,采用最大似然函数<sup>[5]</sup>、时频分析<sup>[6]</sup>和分数傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)<sup>[7]</sup>的 LFM 信号参数估计方法研究受到广泛关注,并在高斯噪声环境下取得了显著进展。由于 LFM 信号经 FRFT 后噪声和信号具有明显的区分性,通过其峰值可直接估计信号参数,因此成为目前使用最广泛的参数估计方法。

本文重点关注脉冲噪声环境下 LFM 信号的参数估计问题。在许多实际应用场景中,噪声环境并不服从高斯分布,如雷电设备产生的电磁干扰或机械设备外部瞬时冲击。这类噪声与高斯噪声不同,具有典型的突发性和高强度特点,称为脉冲噪声。具体而言,高斯噪声是连续的、平滑的随机波动,而脉冲噪声是稀疏的、短时大幅值的突发干扰,两者统计特性截然不同。在此基础上,LFM 信号的参数估计任务将面临以下两个难题:(1)噪声与信号的频谱重叠严重:脉冲噪声的宽频谱特性导致与 LFM 信号的频带耦合,增加了脉冲噪声去除的难度;(2)LFM 信号特征微弱易损性:在脉冲噪声的大幅值干扰下,LFM 信号在分数域的峰值特性容易被淹没甚至被破坏,导致基于 FRFT 的 LFM 信号参数估计精度急剧下降。结合上问题分析,基于高斯环境下的 LFM 信号参数估计方法不再适应于脉冲噪声环境,相应算法性能发生退化甚至完全失效。

解决上述问题的关键在于如何有效去除脉冲噪声,避免 LFM 信号在分数域的频谱结构被破坏<sup>[8-10]</sup>。目前,最常用的技术有三类:滤波器、压缩感知和非线性幅值变换。滤波器技术如巴特沃斯低通滤波<sup>[11]</sup>,基于截止频率的设计抑制稳态单频噪声。在处理宽频谱脉冲干扰时,由于频带耦合效应而失效。压缩感知技术如压缩变换函数<sup>[12]</sup>尝试利用稀疏性约束重构信号以保护 LFM 信号在分数域的峰值结构,但 LFM 信号的固有非稀疏性使其难以满足压缩感知理论假设条件,反而导致峰值发生畸变。非线性幅值变换技术如 Sigmoid 函数<sup>[13]</sup>和 IB-NAT 函数<sup>[14]</sup>,则通过动态幅度压缩抑制脉冲幅值,避免分数域能量扩散。然而,这些方法对非线性阈值参数较为敏感,且迭代计算的开销较大,在高动态干扰下仍可能导致峰值定位出现偏差。

本文以张量分析为理论工具,提出一种脉冲噪声环境下基于张量表示的 LFM 信号参数估计方法。引入张量的原因在于该方法具备强大的数据建模能力,能够在高维空间有效捕捉复杂信号的结构信息,利用张量分解技术可以有效区分 LFM 信号和脉冲噪声,在降噪过程中展现出卓越的鲁棒性。同时,张量多模态的特征提取能力使得该方法在应对脉冲噪声时表现尤为突出,能够突破传统时频分析在非高斯噪声环境中的局限性。具体而言,本文通过构建脉冲噪声环境下 LFM 信号的三维张量表征,利用张量奇异值分解在保持信号时频结构完整性的同时有效剥离脉冲噪声分量。在参数估计环节,通过 FRFT 构建时频优化

模型,引进梦境优化算法实现参数超平面的快速搜索,更重要的是通过降噪模块和参数估计模块的交替优化提升模型降噪和参数估计的性能。

## 1 问题描述

设  $s(t)$  是一个 LFM 信号,其数学表达为:

$$s(t) = A \exp\left(j2\pi\left(f_0 t + \frac{1}{2} k t^2\right)\right), 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

式中: $A$ 、 $f_0$  和  $k$  分别是信号的振幅、初始频率和调频斜率, $T$  是信号的持续时间。脉冲噪声是一种和高斯噪声的统计特性不同的噪声类型,通常采用如下特征函数描述:

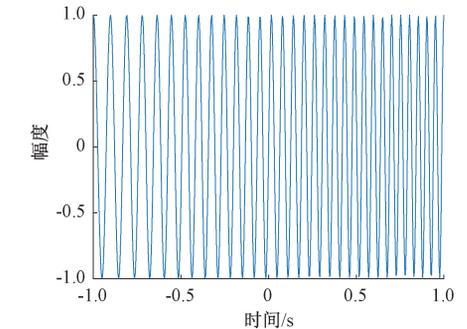
$$s(t) = A \exp\left(j2\pi\left(f_0 t + \frac{1}{2} k t^2\right)\right), 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

其中,

$$\omega(t, \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \log |t|, \alpha = 1 \\ \tan \frac{\alpha\pi}{2}, \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (3)$$

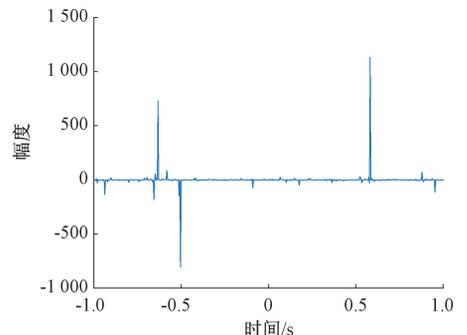
由式(2)可知,脉冲噪声的统计特性主要由 4 个关键参数决定,分别是稳定性参数  $\alpha$ 、偏度参数  $\beta$ 、尺度参数  $\gamma$  和位置参数  $\delta$ 。其中,稳定性参数  $\alpha$  是描述脉冲噪声突发性和非高斯性的关键参数。各个参数的详细介绍参看文献[15]。

图 1 给出了一个干净 LFM 信号和含脉冲噪声 LFM 信号的时域波形和分数谱图。对于一个干净的 LFM 信号而言,经 FRFT 后会在时间-分数频率平面有一个明显峰值,如图 1(c)所示。该峰值位置和 LFM 信号的调频率  $k$



(a) 干净信号波形

(a) Clean signal waveform



(b) 含噪信号波形

(b) Noisy signal waveform

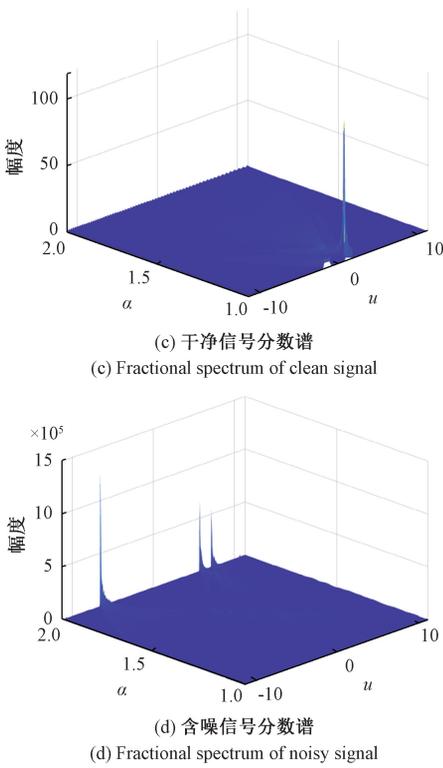


图 1 脉冲噪声前后 LFM 信号的波形和分数谱  
Fig. 1 Waveform and fractional spectrum of LFM signal before and after impulsive noise

和初始频率  $f_0$  存在映射关系,通过搜索该峰值位置信息可以将其估计出来。然而,脉冲噪声在时域呈现短时大幅值的特性,因此脉冲噪声的幅值在某些时间点上将远大于信号本身。这对 LFM 信号的波形产生显著的破坏作用,如图 1(a)和(b)所示。与此同时,含噪 LFM 信号在分数域也会产生异常的能量尖峰,如图 1(d)所示。这些异常尖峰非常容易掩盖 LFM 信号本身的真实峰值,严重影响 LFM 信号的可辨识度,从而导致调频率和初始频率估计发生错误。

## 2 所提方案

针对上述问题,本文提出一种基于张量表示的 LFM 信号参数估计方法,整体流程如图 2 所示。该方法包括 3 个部分:1)张量构建方法,其目的是利用张量结构化信息对含噪数据进行表征,提升噪声和 LFM 信号的可分性;2)张量降噪模型,其目的是调整能量阈值对脉冲噪声进行动态抑制,恢复 LFM 信号在分数域的峰值特性;3)分数域参数估计算法,其目的是利用 LFM 信号在 FRFT 的峰值特性,实现对调频率和初始频率的精确估计。以下对这 3 个部分进行详细介绍。

### 2.1 张量构建方法

为了有效区分脉冲噪声和 LFM 信号的有效信息,本文采用张量这一数学工具对原始含噪序列进行高维表示。主要步骤有:数据生成、滑动切片、中值滤波和矩阵叠加。具体描述如下:

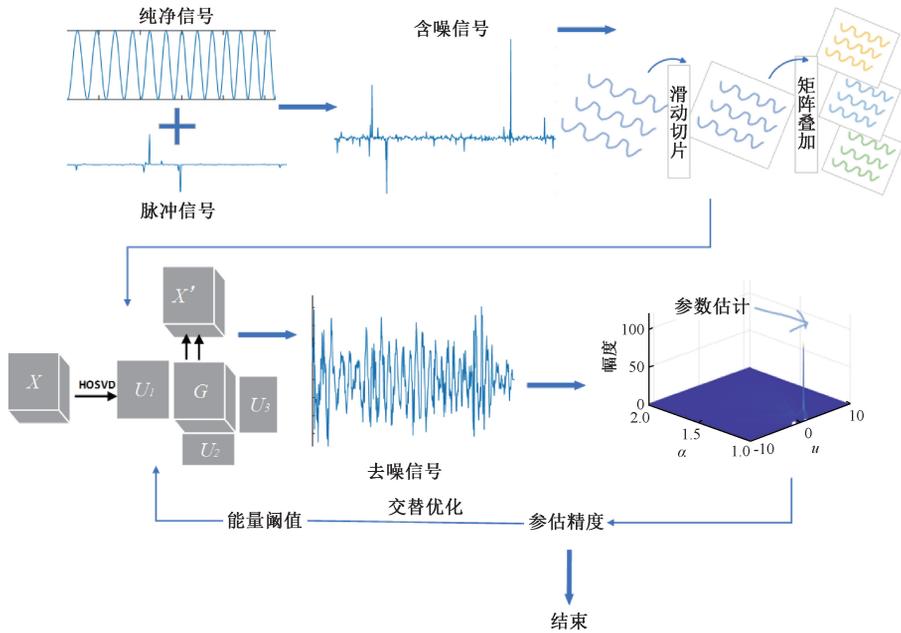


图 2 基于张量表示的 LFM 信号参数估计流程  
Fig. 2 Tensor-based LFM signal parameter estimation process

- 1)根据式(1)和式(2)分别产生纯净 LFM 信号和脉冲噪声模拟数据,两者相加得到长度为  $N$  的含噪信号  $\mathbf{x}[n]$ ;
- 2)采用窗口为  $M$  的矩形窗对  $\mathbf{x}[n]$ 切片:

$$\mathbf{x}_k[m] = \mathbf{x}[kS + m], 0 \leq m \leq M - 1 \quad (4)$$

式中: $k$  是窗口的索引, $k=0,1,2,\dots,K-1$ , $K$  是总段数,计算公式如下:

$$K = \left\lfloor \frac{N - M}{S} \right\rfloor + 1 \quad (5)$$

3) 为了避免脉冲噪声的影响, 采用中值滤波对各个信号片段初步去噪, 得到:

$$y_k[m] = \text{median}\{x_k[m - L], x_k[m - L + 1], \dots, x_k[m], \dots, x_k[m + L]\} \quad (6)$$

式中:  $L$  是中值滤波的窗长。

4) 对去噪后的各段信号按行叠加形成二维矩阵, 并沿时间维度叠加形成三维  $\mathcal{X} \in R^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 。

经过转化后的三维张量将更容易表示 LFM 信号自身的调频特性, 为后续降噪模型的构建提供数据基础。

### 2.2 张量降噪模型

在此基础, 本文采用高阶奇异值分解 (higher-order singular value decomposition, HOSVD) 对构建的三维张量进行降噪处理<sup>[16-18]</sup>。主要步骤有: 奇异值分解、能量计算、截断点确定和信号重构。其中, 奇异值能量阈值的取值范围是一个关键参数, 决定了保留多少比例的数据能量, 从而影响降噪效果和数据的保留程度。具体描述如下:

1) 对上述给定的三维张量  $\mathcal{X} \in R^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ , 按照模式  $n$  展开的矩阵  $\mathbf{X}_{(n)}$  进行奇异值分解, 可得:

$$\mathbf{X}_{(n)} = \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{S}^{(n)} \mathbf{V}^{(n)\top} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{S}^{(n)}, \mathbf{V}^{(n)}$  是第  $n$  个模式对应的左奇异矩阵 (即因子矩阵)、奇异值矩阵和右奇异矩阵, 且  $\mathbf{S}^{(n)} = \text{diag}(\sigma_{i,n})$  满足  $\sigma_{1,n} \geq \sigma_{2,n} \geq \dots \geq \sigma_{m,n}$ ,  $n=1, 2, 3$ 。

2) 计算每个模式下各个奇异值对应的能量占比为:

$$E_{i,n} = \frac{\sigma_{i,n}^2}{E_{\text{total},n}} \quad (8)$$

式中:  $E_{\text{total},n}$  为第  $n$  个模式的总能量, 计算如下:

$$E_{\text{total},n} = \sum_{i=1}^m \sigma_{i,n}^2 \quad (9)$$

3) 根据能量阈值  $\eta$  确定各模式的奇异值截断点  $R_n$ :

$$R_n = \underset{k}{\text{argmin}} \left( \sum_{i=1}^k E_{i,n} \geq \eta \right) \quad (10)$$

4) 保留每个模式下前  $R_n$  个奇异值及其对应的因子矩阵  $\mathbf{U}^{(n)^\vee}$ , 计算核心张量  $\mathbf{G}$  为:

$$\mathbf{G} = \mathbf{X} \times_1 \mathbf{U}^{(1)\top} \times_2 \mathbf{U}^{(2)\top} \times_3 \mathbf{U}^{(3)\top} \quad (11)$$

5) 利用核心张量  $\mathbf{G}$  和因子矩阵进行模式积运算, 得到重构张量:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{G} \times_1 \mathbf{U}^{(1)} \times_2 \mathbf{U}^{(2)} \times_3 \mathbf{U}^{(3)} \quad (12)$$

最终根据逆张量构建方法将其还原为一维信号。

为了说明采用 HOSVD 构建张量降噪模型的合理性, 图 3 以模式 2 为例, 给出干净信号和含噪信号的奇异值分布曲线。从图 3 可知, 虽然两者都产生了 60 个奇异值, 但是具有明显的区分度, 说明奇异值的分布情况能够有效反映脉冲噪声对 LFM 信号的影响。特别地, 从图 3(a) 可知, 干净信号的奇异值呈现快跌和缓降两个变化趋势, 且信号

中 80% 的能量集中在前 4 个奇异值。从图 3(b) 可知, 脉冲噪声的引入导致奇异值分布整体提升。值得注意的是, 前 45 个奇异值缓慢下跌, 从第 46 个开始呈现断崖式下降并逐渐趋近于 0。尽管如此, 通过筛选前 11 个奇异值仍可保留信号 80% 的能量。这一现象说明 HOSVD 可通过低秩近似保留信号的全局结构, 有效抑制孤立的、高频的脉冲噪声成分。因此, 经过张量降噪模块处理后, 降噪后的信号保留了纯净 LFM 信号的本质特征, 为基于分数域峰值的参数估计算法提供了高质量的数据基础。

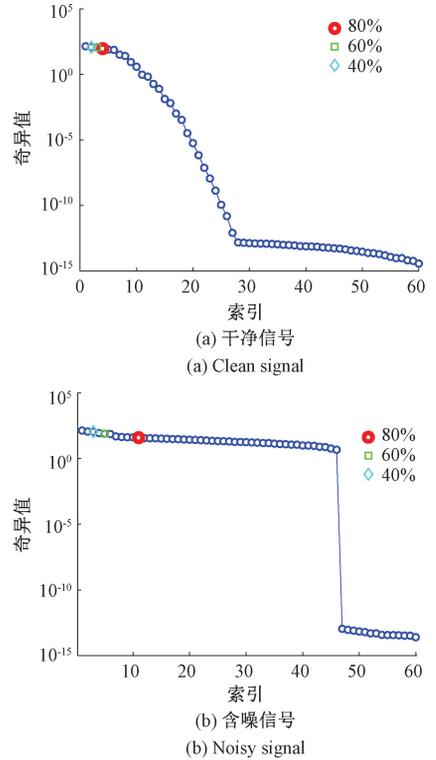


图 3 模式 2 张量分解的奇异值分布曲线

Fig. 3 Singular value curves of mode 2 after tensor decomposition

### 2.3 分数域参数估算法

经张量降噪重构后的 LFM 信号, 在一定程度上避免了因脉冲噪声引发的异常峰值对参数估计的影响。本节提出一个联合 FRFT 与梦境优化 (dream optimization algorithm, DOA) 算法<sup>[19]</sup>的 LFM 信号参数估计方法。算法步骤包括:

1) 利用 FRFT 的线性调频能量聚焦特性, 使降噪信号在最优分数阶次对应的分数域内呈现显著的单峰特征, 并建立参数估计模型:

$$\{\rho_0, u_0\} = \underset{\rho, u}{\text{argmax}} |F_\rho(u)|^2 \quad (13)$$

式中:  $\rho_0, u_0$  代表分数域峰值位置。

2) 根据调频率和峰值之间的映射关系, 可对初始频率和调频率进行求解。

$$\hat{k} = -\cot \rho_0 \quad (14)$$

$$\hat{f}_0 = u_0 \text{csc} \rho_0 \quad (15)$$

式中:  $\hat{k}$ ,  $\hat{f}_0$  表示调频率和初始频率的估计值。

3) 在上述基础上,对张量降噪模型与参数估计模型进行交替迭代优化,利用分数谱特征引导降噪过程,再以增强的降噪信号反馈参数估计精度,形成闭环优化系统,实现复杂噪声环境下 LFM 信号参数的高精度鲁棒估计。

为了提升算法搜索效率,本文采用 DOA 优化算法对 FRFT 参数超平面进行搜索,解决以式(13)为适应度函数的参数优化问题。DOA 是一种新型的元启发式算法,能够避免网格搜索效率低下问题。该算法的核心思想是通过模拟梦境中的随机性和多样性,在可行解空间中进行全局搜索和局部优化。具体在搜索过程中,DOA 优化算法能在初期阶段迅速找到了一个较好的解,随后逐渐接近最优解,并最终在一个迭代次数内趋于稳定。图 4 展示了 DOA 算法的收敛过程,由此可知,算法迭代过程中适应度值从 0.42 显著降低至 0.22,说明该算法逐步改进解的质量。

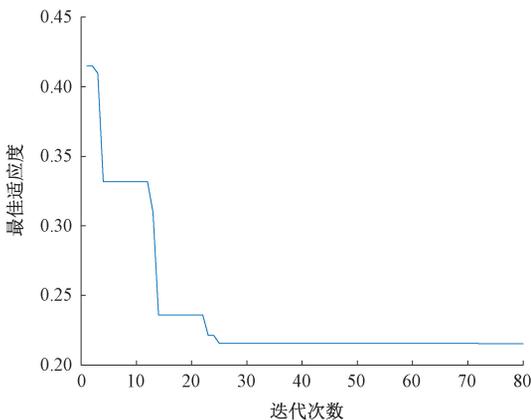


图 4 DOA 算法迭代过程图

Fig. 4 Diagram of the DOA algorithm iterative process

### 3 仿真分析

在水下目标检测中,海水对声波的衰减随频率升高急剧增大。对于深水目标探测,信号能量必须集中在低频段,以减少衰减、保证信号在深水环境中的有效传播<sup>[20]</sup>。因此本文选择初始频率  $f_0 = 5.5$  Hz、调频率  $k = 15.5$  Hz/s 的 LFM 信号。同时,为了权衡信号能量积累与探测时效性,信号时宽为 2 s。为满足奈奎斯特-香农采样定理,采样频率为 256 Hz。脉冲噪声的特征函数服从式(2),其中  $\beta = 0$ ,  $\sigma = 0$ 。为了衡量脉冲噪声环境下信号质量,本文采用广义信噪比(generalized signal-to-noise ratio, GSNR)作为衡量指标,其定义为<sup>[21]</sup>:

$$\text{GSNR} = 10 \lg \left( \frac{\sigma^2}{\gamma} \right) \quad (16)$$

式中:  $\sigma^2$  为信号的方差,  $\gamma$  为尺度参数。

### 3.1 张量构建对降噪模型的影响

为了验证张量构建的必要性,在  $\alpha = 1.4$ , GSNR = 1 dB 的噪声环境下,对使用张量构建前后的含噪信号进行降噪实验,实验结果如图 5 和图 6 所示。

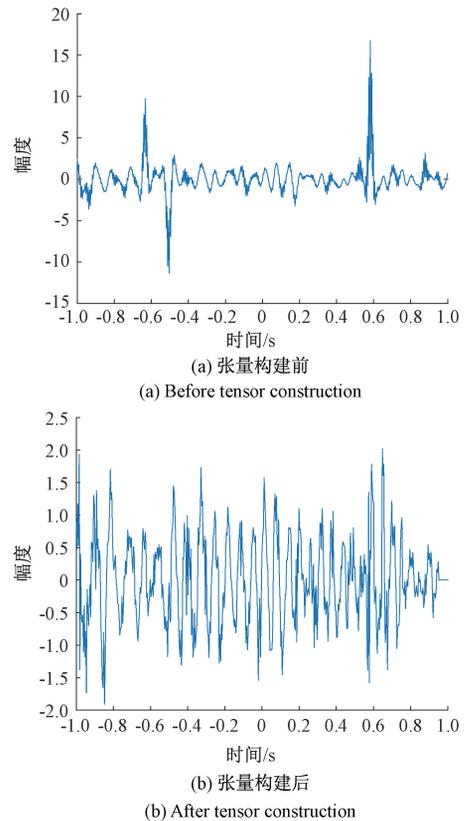


图 5 张量构建前后 LFM 信号的时域波形 ( $\alpha = 1.4$ , GSNR = 1 dB)

Fig. 5 The time-domain waveforms of the LFM signals before and after tensor construction ( $\alpha = 1.4$ , GSNR = 1 dB)

由图 5(a)中可知,引入张量构建前波形图中有较大的幅值,最高可以达到 18,即具有强烈的脉冲性;从图 5(b)中可以看出引入张量构建后波形的幅值相对均匀地分布在大约  $[-2, 2]$  的范围内,大幅值的脉冲得到了有效的抑制。另外,与图 1(a)中干净信号相比,引入张量构建的降噪信号,在时域波形上能够反映干净信号的主要变化趋势。为了更好地说明张量构建对 LFM 信号峰值特性的影响,图 6 给出张量构建前后降噪信号的分数谱。从图 6(a)可以看出,在未使用张量构建前,降噪信号的分数谱中存在 2 个显著异常峰值。这些异常峰值将真实峰值淹没,导致调频率和初始频率估计错误。从图 6(b)可知,在使用张量构建后,降噪信号的分数谱中存在唯一峰值,且和图 1(c)中真实信号的峰值一致。上述实验结果说明,引入张量对含噪信号进行高维表示,能够最大限度保持 LFM 信号在时域的调频特性和在分数域的频谱峰值特性,有助于在噪声去除阶段,保留 LFM 信号的关键特征。

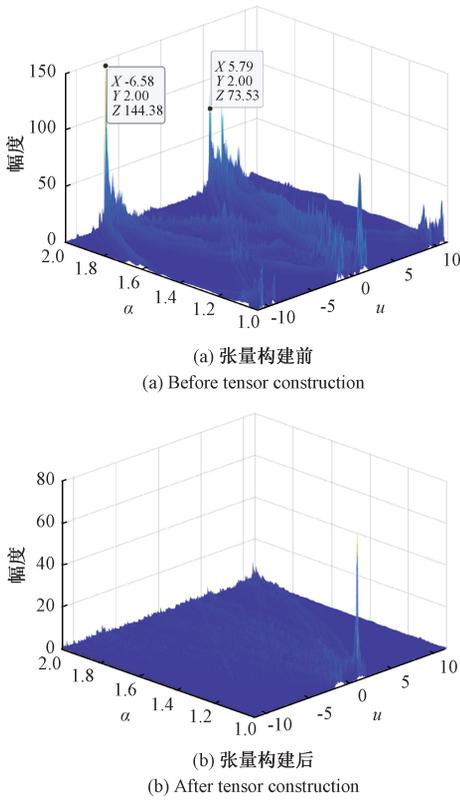


图 6 张量构建前后 LFM 信号的分数谱  
( $\alpha = 1.4, \text{GSNR} = 1 \text{ dB}$ )

Fig. 6 Fractional spectrum of LFM signals before and after tensor construction ( $\alpha = 1.4, \text{GSNR} = 1 \text{ dB}$ )

### 3.2 张量分解对降噪模型的影响

为了验证张量分解中能量阈值  $\eta$  选择对降噪模型的影响,在  $\alpha = 0.8, \text{GSNR} = -1 \text{ dB}$  的噪声环境下,使用不同  $\eta$  进行张量降噪实验,实验结果如图 7 所示。

图 7(a)和(b)分别为干净 LFM 信号和含噪 LFM 信号的分数谱投影。其中,干净 LFM 信号的分数谱仅包含唯一的理想峰值,该峰值振幅大小为 104,位置为  $u = 1.370 02$ ;含噪 LFM 信号的分数谱则包含 3 个大幅度峰值,振幅量级为  $10^5$ ,此时信号峰值被淹没。当  $\eta$  较低时,分数域异常峰值被削弱,振幅量级急剧下降,信号峰值逐渐显现,从 1.2 上升至 8.3,但是仍然被脉冲噪声淹没,如图 7(d)和(f)所示。随着  $\eta$  的增加,信号峰值逐渐高于并明显区别于脉冲噪声,从 26.4 增加到 49.6,如图 7(c)和(e)所示。上述实验结果说明,通过能量阈值的选择有助于 LFM 信号分数域频谱特征的恢复,对提升分数域信号和脉冲噪声的区分度有重要作用。

为了确定最优能量阈值  $\eta$ ,在  $\alpha = 0.8, \text{GSNR} = -1 \text{ dB}$  的噪声环境下,对交替优化前后的含噪信号进行降噪实验,实验结果如图 8 所示。图 8 (a)为未使用交替优化前降噪 LFM 信号的分数谱,  $\eta$  为 0.3。此时,因为  $\eta$  人工选择不当,信号峰值被脉冲噪声的大幅值遮蔽,导致分数

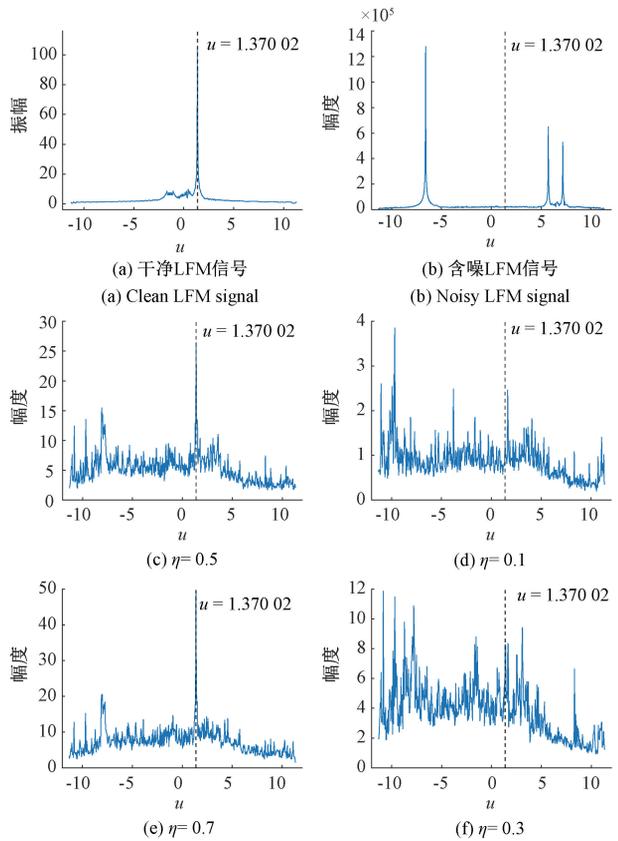


图 7 不同能量阈值下降噪 LFM 信号的分数谱  
( $\alpha = 0.8, \text{GSNR} = -1 \text{ dB}$ )

Fig. 7 Fractional spectrum of denoised LFM signals at different energy thresholds ( $\alpha = 0.8, \text{GSNR} = -1 \text{ dB}$ )

域 LFM 信号峰值的误判和参数估计失效。针对该问题,本文采用参数估计误差反馈能量阈值的动态调整机制,对张量降噪阶段和参数估计阶段进行交替优化处理。

实验过程中设置初始能量阈值  $\eta$  为 0.3 和精度阈值为 0.01,根据初始能量阈值对 LFM 信号进行张量降噪处理和信号重构,然后根据重构信号在分数域的峰值进行参数估计,若此时参数估计结果满足精度阈值,则算法结束;否则按照 0.01 的步长对能量阈值进行上调,增加降噪强度;与此同时对分数域参数估计进行同步更新,经多轮迭代后参数估计误差收敛至 0.007 8 时,满足精度阈值要求则算法终止,输出最优能量阈值。从图 8 (b)可知,在使用交替优化后,LFM 信号的峰值逐渐提升突破脉冲噪声的干扰,分数谱中出现了唯一的峰值,和理论值一致。此时,  $\eta$  优化为 0.69,参数估计结果为  $\hat{f}_0 = 5.50, \hat{k} = 15.51$ 。实验结果表明,交替优化算法的引入能够根据信号和噪声自身特点,自适应地确定出最优阈值,避免人工经验的限制,进而有效地抑制噪声的干扰,逐步提升信号参数估计精度。

### 3.3 参数估计对比实验

为了对比本文所提方法在参数估计方面的有效性,将其和 CT-FRFT<sup>[12]</sup>, Sigmoid-FPSD<sup>[13]</sup>, IBNAT-LVD<sup>[14]</sup> 和

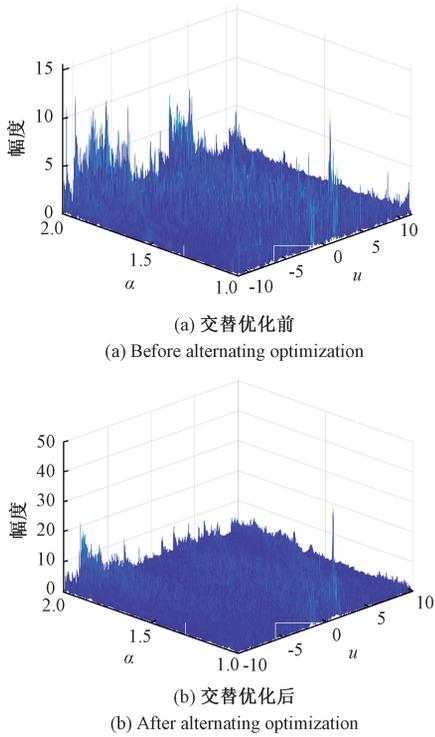


图 8 交替优化前后降噪 LFM 信号的分数谱  
( $\alpha=0.8, \text{GSNR}=-1 \text{ dB}$ )

Fig. 8 Score spectrum of denoising LFM signals before and after alternation optimization( $\alpha=0.8, \text{GSNR}=-1 \text{ dB}$ )

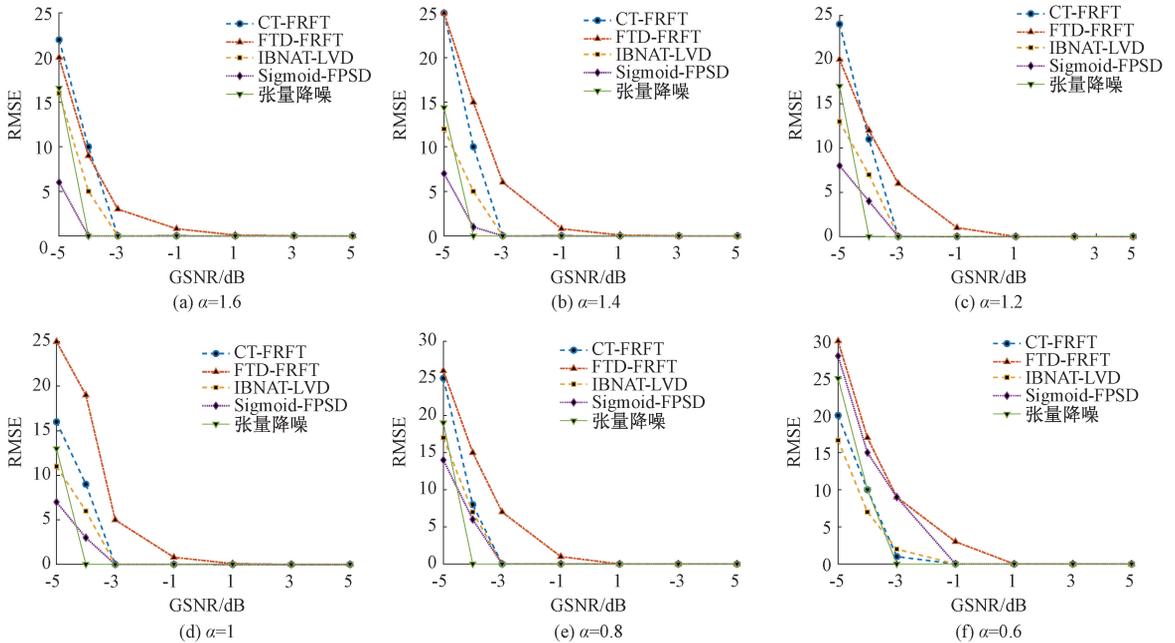


图 9 初始频率的 RMSE 变化曲线

Fig. 9 RMSE curve of initial frequency

在信号参数为  $f_0=5.5 \text{ Hz}, k=15.5 \text{ Hz/s}$  的纯净 LFM 信号中加入  $\text{GSNR}=2 \text{ dB}$  和  $\text{GSNR}=-3 \text{ dB}$  的实测脉冲噪

声,对生成的含噪 LFM 信号进行降噪实验。FTD-FRFT<sup>[22]</sup> 进行比较。设置  $\alpha \in [0.6, 1.6], \text{GSNR} \in [-5, 5]$  来测试不同脉冲噪声环境下的 4 种方法的参数估计性能。其中,设置 DOA 算法中的决策变量维度为 1,种群大小为 60 和迭代次数为 80。实验中,采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 作为参数估计性能的衡量指标,其数学表达为<sup>[23]</sup>:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (17)$$

式中: $n$  是样本数量,  $y_i$  是第  $i$  个样本的真实值,  $\hat{y}_i$  是第  $i$  个样本的预测值。

从图 9 和图 10 可看出,在  $\alpha \geq 0.8, \text{GSNR} \geq -3 \text{ dB}$  时,若  $\text{GSNR} \leq 1 \text{ dB}$ ,FTD-FRFT 估计的初始频率和调频率 RMSE 值大于 1。相比之下,其他 4 种方法估计的初始频率和调频率 RMSE 值均趋近于 0;当  $\text{GSNR} = -4 \text{ dB}$  时,CT-FRFT, FTD-FRFT, IBNAT-LVD 以及 Sigmoid-FPSD 方法的 RMSE 值急剧上升至 5 以上,本文方法的 RMSE 值仍稳定维持在 0 附近,且变化趋势明显比其他方法更平缓。上述结果说明本文方法更稳定,其信噪比失效阈值为  $-4 \text{ dB}$ ,显著低于其他方法。

### 3.4 实测数据验证

为了验证本文提出方法的泛化能力,采用 Heidelberg 脉冲数据集<sup>[24]</sup> (Heidelberg pulse dataset)是由德国海德堡大学医院收集和发布的一组医学信号数据集,作为实测脉冲噪声,其时域波形如图 11(a)所示。通过调整噪声幅值,

在信号参数为  $f_0=5.5 \text{ Hz}, k=15.5 \text{ Hz/s}$  的纯净 LFM 信号中加入  $\text{GSNR}=2 \text{ dB}$  和  $\text{GSNR}=-3 \text{ dB}$  的实测脉冲噪

声,对生成的含噪 LFM 信号进行降噪实验。图 11(b)中可找到真实峰值位置,其振幅大小为 93,另

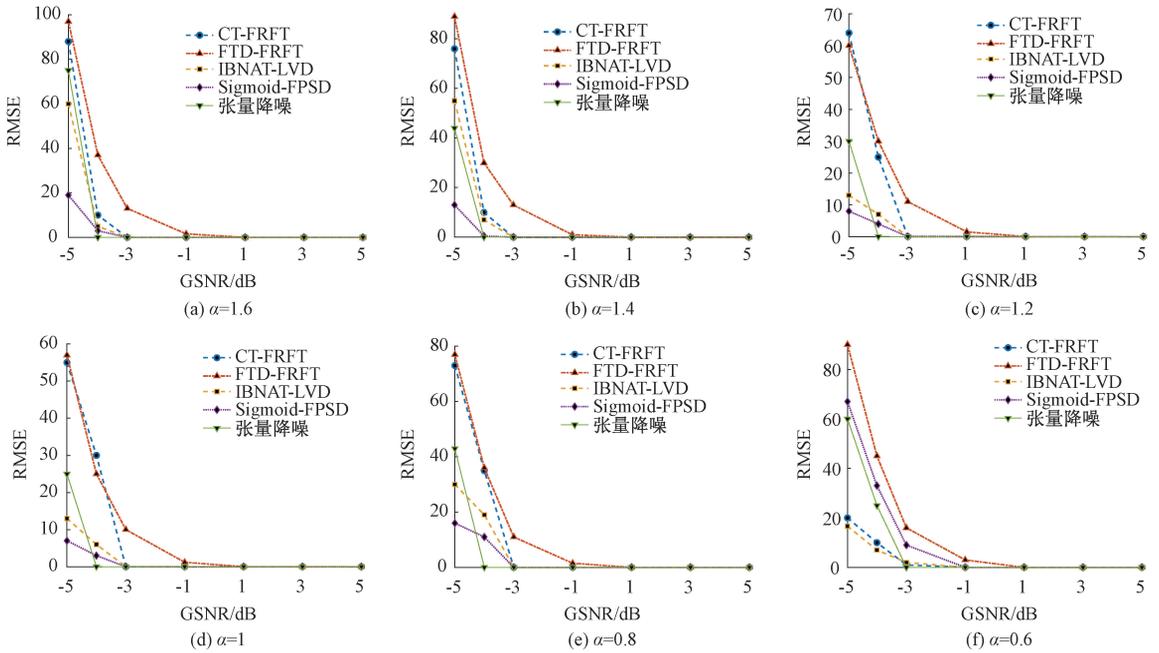


图 10 调频率的 RMSE 变化曲线  
Fig. 10 RMSE curve of chirp rate

外还发现一个脉冲伪峰,其振幅大小为 121;图 11 (c)中存在于一个振幅大小为 1 647 的脉冲伪峰,掩盖住了真实信号的峰值。显然,脉冲噪声对信号的峰值影响严重,容易误判真实信号峰值位置。

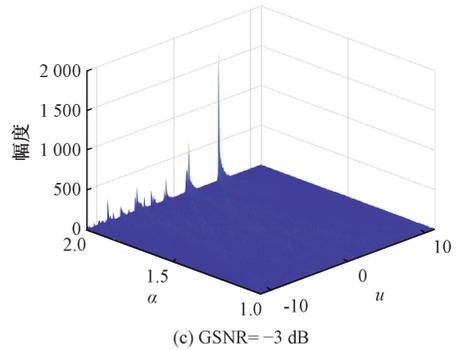
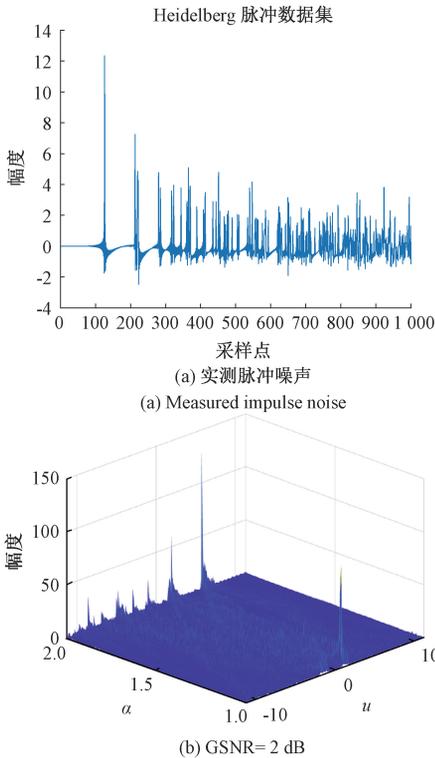


图 11 含脉冲噪声 LFM 信号的分数谱  
Fig. 11 Fractional spectrum of LFM signals with impulsive noise

表 1 为实测脉冲噪声环境下不同 LFM 信号参数估计对比结果。为便于表 1 叙述,将本文方法和 CT-FRFT, IBNAT-LVD, Sigmoid-FPSD 与 FTD-FRFT 分别记为方法 1,方法 2,方法 3,方法 4 和方法 5。当 GSNR=2 dB 时,5 种方法参数估计结果均有效;当 GSNR=-3 dB 时,其他 4 种方法迅速失效,调频率和初始频率的估计误差均快速上升, RMSE 值最低为 0.27,最高为 278.89。其原因是方法 2 依赖尺度变换参数的选择,尺度越小,脉冲噪声抑制效果越好,但一味降低尺度参数会导致 LFM 信号过度压缩,丢失关键参数的有效信息,导致误差过大;方法 3 和方法 4 作为非线性幅值变换抑噪方法代表,因 IBNAT 函数和 Sigmoid 函数对应的线性区间难以和 LFM 信号幅值匹配,导致参数估计误差急剧上升;方法 5 通过相邻数据的波动幅度与跟踪因子比较进行滤波,即超过跟踪因子即视为脉冲噪声,跟踪因子的选取依赖信号统计特性,受限于

采样条件。当脉冲幅度过大时,容易把脉冲噪声判断为真实信号。与上述不同,本文通过引入张量的高维表示以及交替优化策略,避免了因尺度参数和非线性函数对 LFM 信号分数谱的影响,参数估计结果均逼近真值,对实测数据依然表现出优秀的适应能力。

表 1 实测脉冲噪声的参数估计结果

Table 1 Parameter estimation results in measured impulsive noise environment

| 方法                           | $f_0$              |                    | $k$                  |                      |
|------------------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|
|                              | GSNR=              | GSNR=              | GSNR=                | GSNR=                |
|                              | 2 dB               | -3 dB              | 2 dB                 | -3 dB                |
| 本文方法                         | <b>15.53</b>       | <b>15.47</b>       | <b>5.48</b>          | <b>5.42</b>          |
| CT-FRFT <sup>[12]</sup>      | 15.51              | 16.02              | 5.43                 | 6.34                 |
| IBNAT-LVD <sup>[13]</sup>    | 15.49              | 14.00              | 5.42                 | 2.82                 |
| Sigmoid-FPSD <sup>[14]</sup> | 15.52              | -1.2               | 5.44                 | -3.5                 |
| FTD-FRFT <sup>[22]</sup>     | 15.51              | 11.71              | 5.54                 | 3.56                 |
| 方法 1 的 RMSE                  | $9 \times 10^{-4}$ | $9 \times 10^{-4}$ | $4 \times 10^{-4}$   | $6.4 \times 10^{-3}$ |
| 方法 2 的 RMSE                  | $1 \times 10^{-4}$ | 0.27               | $4.9 \times 10^{-3}$ | 0.71                 |
| 方法 3 的 RMSE                  | $1 \times 10^{-4}$ | 2.25               | $6.4 \times 10^{-3}$ | 7.2                  |
| 方法 4 的 RMSE                  | $4 \times 10^{-4}$ | 278.89             | $3.6 \times 10^{-3}$ | 81                   |
| 方法 5 的 RMSE                  | $1 \times 10^{-4}$ | 3.79               | $4 \times 10^{-3}$   | 1.94                 |

## 4 结 论

针对脉冲噪声条件下 LFM 信号关键参数估计性能失效的问题,提出了一种基于张量表示的 LFM 参数估计方法。该方法利用张量奇异值分解和交替优化策略,在更低信噪比阈值下实现高准确率调频率和初始频率参数估计。主要结论如下:提出了一个基于张量表示脉冲噪声条件下 LFM 信号参数估计的处理框架:首次将张量表示引入脉冲噪声环境下的 LFM 信号处理中,利用张量的多维特性提高信号时频信息和脉冲噪声的区分性,为脉冲噪声抑制和 LFM 信号关键参数估计提供了新的理论框架。设计了基于张量分解的脉冲噪声抑制方法:采用张量分解提取了 LFM 信号的核心信息,同时有效抑制了脉冲噪声的干扰。与传统降噪方法相比,张量分解方法能够更好地保留信号的分数谱特征,为后续参数估计提供了高质量的信号表示。采用张量降噪和参数估计两阶段交替优化的方式,避免了因降噪不足带来的参数估计误差累积:利用梦境优化算法提出了一种交替优化策略,对脉冲降噪和参数估计进行联合优化,确保降噪效果和参数估计精度的同步提升。

本文所提方法虽结合了张量强大的去噪能力和 FRFT 对 LFM 信号的精确参数估计能力,但是存在两方面的局限性:一是构建高阶张量需要额外计算和存储空间;二是 FRFT 估计精度和效率依赖于 LFM 信号模型。未来研究

将聚焦于开发张量分解快速算法并用于非 LFM 信号的参数估计。

## 参考文献

- [1] 赵大地. Alpha 稳定分布下的 LFM 信号参数估计方法研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2022.  
ZHAO D D. Parameter estimation of LFM signals in alpha stable distribution [D]. Xi'an: Xidian University, 2022.
- [2] MOGHADASIAN S S. A fast and accurate method for parameter estimation of multi-component LFM signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 1719-1723.
- [3] 王厚友,郭勇,杨立东. 脉冲噪声下基于 Sigmoid 的线性调频信号参数估计方法[J]. 电子测量技术, 2024, 46(2): 176-184.  
WANG H Y, GUO Y, YANG L D. Parameter estimation of LFM signal based on sigmoid under impulsive noise [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 46(2): 176-184.
- [4] 卢景琳. 基于深度学习的线性调频信号去噪方法研究[D]. 包头:内蒙古科技大学, 2023.  
LU J L. Research on LFM signal denoising method based on deep learning[D]. Baotou: Inner Mongolia University of Science and Technology, 2023.
- [5] WU M W, JIN Y, LI Y, et al. Maximum-likelihood, magnitude-based, amplitude and noise variance estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 414-418.
- [6] 江莉,焦予栋,向世召,等. 用于多分量信号分析的自适应广义 S 变换算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(12): 136-143.  
JIANG L, JIAO Y D, XIANG SH ZH, et al. Research on adaptive generalized S-transform algorithm for multi-component signal analysis [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(12): 136-143.
- [7] 修梦雷,窦高奇,冯士民. 频移 Chirp 信号短包的自适应分数傅里叶变换检测方法[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(12): 4483-4492.  
XIU M L, DOU G Q, FENG SH M. Adaptive fractional fourier transform detection method for short packets of frequency-shifted chirp signal[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(12): 4483-4492.
- [8] 陈梦,行鸿彦,王海峰. 脉冲噪声下基于 NAT 函数的 LFM 信号多径时延估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 73-81.  
CHEN M, XING H Y, WANG H F. Multipath time

- delay estimation method of LFM signals based on NAT function in impulsive noise [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2022, 36(7): 73-81.
- [9] 毛毅, 段永胜, 黄中瑞, 等. 一种在脉冲噪声环境下的最大相关熵目标直接定位算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2023, 45(9): 2651-2658.  
MAO Y, DUAN Y SH, HUANG ZH R, et al. Direct position determination algorithm based on maximum complex correntropy target in impulsive noise environment [ J ]. *Systems Engineering and Electronics*, 2023, 45(9): 2651-2658.
- [10] LIU M Q, HAN Y T, CHEN Y F, et al. Modulation parameter estimation of LFM interference for direct sequence spread spectrum communication system in alpha-stable noise[J]. *IEEE Systems Journal*, 2020, 99: 1-12.
- [11] ZHOU Y F, SUN H, XU J L, et al. Multisim-based optimized design of butterworth low-pass filters[C]. 2024 7th International Conference on Electronics, Communications, and Control Engineering (ICECC), 2024: 33-40.
- [12] 金艳, 陈鹏辉, 姬红兵. 脉冲噪声下基于压缩变换函数的 LFM 信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(2): 277-283.  
JIN Y, CHEN P H, JI H B. Parameter estimation of LFM signals based on compress transform function in impulsive noise [ J ]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(2): 277-283.
- [13] LI L, QIU T SH. A robust parameter estimation of LFM signal based on sigmoid transform under the alpha stable distribution noise[J]. *Circuits Systems and Signal Processing*, 2019, 38(7): 3170-3186.
- [14] 张榆红, 张益鑫, 张超, 等. 一种抑制脉冲噪声的 LFM 信号参数估计方法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2022, 49(6): 23-31, 102.  
ZHANG Y H, ZHANG Y X, ZHANG CH, et al. Parameter estimation method for LFM signals suppressing impulse noise [ J ]. *Journal of Xidian University*, 2022, 49(6): 23-31, 102.
- [15] HUANG X, ZHANG L R, CHEN ZH Y, et al. Robust detection and motion parameter estimation for weak maneuvering target in the alpha-stable noise environment [J]. *Digital Signal Processing*, 2021, 108: 102885.
- [16] LI Y H, YUE X CH, WU X B, et al. A higher-order singular value decomposition-based radio frequency interference mitigation method on high-frequency surface wave radar [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58 ( 4 ): 2770-2781.
- [17] BU Y Y, ZHAO Y Q, ZHANG X. Hierarchical low-rank model with double tensor structural sparsity for tensor completion [C]. *Chinese Control Conference (CCC)*, 2024, 43: 7818-7823.
- [18] KOLDA T G, BADER B W. Tensor decompositions and applications [J]. *SIAM Review*, 2009, 51 ( 3 ): 455-500.
- [19] LANG Y F, GAO Y L. Dream optimization algorithm (DOA): A novel metaheuristic optimization algorithm inspired by human dreams and its applications to real-world engineering problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2025, 436: 117718.
- [20] LI ANG, HAMZAH R, GAO Y SH. Underwater sonar image targets detection based on improved RT-DETR [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2025, 22: 1-5.
- [21] LI L, ZHENG X Y, GAO Y, et al. Experimental and numerical analysis of a novel flow conditioner for accuracy improvement of ultrasonic gas flowmeters [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(5): 4197-4206.
- [22] LIU X L, LI X M, XIAO B, et al. LFM signal parameter estimation via FTD-FRFT in impulse noise [J]. *Fractal and Fractional*, 2023, 7(1): 69-83.
- [23] ALDIMASHKI O, SERBES A. LFM signal parameter estimation in the fractional Fourier domains: Analytical models and a high-performance algorithm [J]. *Signal Processing*, 2024, 241: 109224.
- [24] CRAMER B, STRADMAN Y, SCHEMMEL J, et al. The Heidelberg spiking data sets for the systematic evaluation of spiking neural networks [ J ]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(7): 2744-2757.

## 作者简介

张艳娜(通信作者), 讲师, 博士, 主要研究方向为分数域信号处理数学理论、方法与应用。

E-mail: zhangyanna@htu.edu.cn

段通瑶, 硕士研究生, 主要研究方向为智能信号处理。

郭勇, 副教授, 博士, 主要研究方向为分数阶傅里叶变换、时频分析。

张朝阳, 硕士研究生, 主要研究方向为智能信号处理。