

基于改进的临界多边形算法的鞋片排样方法^{*}陈伟杰^{1,2} 陈 伟^{1,2} 马 莹^{1,2} 卢木旺³ 林鸿杰^{1,2}(1.福建理工大学电子电气与物理学院 福州 350118; 2.福建省工业集成自动化技术开发基地 福州 350118;
3.福建奥翔安防科技有限公司 南平 353099)

摘 要: 针对安全鞋生产中二维排样所面临的鞋片形状复杂、排样效率低、材料利用率不足等挑战,本文提出了一种基于改进临界多边形的智能排样算法。首先,引入基于切线向量的圆弧接触判定策略,有效解决带有弧边鞋片的重叠检测问题。然后,提出不完整临界多边形算法来生成可排区域,减少排样耗时。最后,构建基于形状特征的排样策略,以提高材料利用率。实验结果表明,本文提出的排样算法的最大材料利用率为 91.27%,平均材料利用率为 79.10%,较人工排样提升 8.36%。单个鞋片的排样用时在 1.21~1.63 s 之间,较人工排样缩短了 68.2%。该算法有效解决了形状复杂且不规则的安全鞋鞋片的在线排样问题。

关键词: 安全鞋;鞋片排样;不规则形状;临界多边形算法;重叠检测

中图分类号: TP2;TN05 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8

Vamp component nesting method based on improved no-fit polygon algorithm

Chen Weijie^{1,2} Chen Wei^{1,2} Ma Ying^{1,2} Lu Muwang³ Lin Hongjie^{1,2}(1. School of Electronic, Electrical Engineering and Physics, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;
2. Fujian Provincial Technology Development Base for Industrial Integration Automation, Fuzhou 350118, China;
3. Fujian AoXiang Security Technology Co., Ltd., Nanping 353099, China)

Abstract: To address the challenges of complex vamp component shapes, low nesting efficiency, and insufficient material utilization in the two-dimensional nesting for safety shoe production, this paper proposes an intelligent nesting algorithm based on an improved No-fit polygon algorithm. First, a tangential vector-based arc contact detection strategy is introduced to effectively solve the overlap detection problem of vamp components with arcs. Then, an incomplete no-fit polygon algorithm is employed to generate the feasible nesting area, reducing nesting time. Finally, a vamp component shape feature-based nesting strategy is developed to enhance material utilization. Experimental results show that the proposed nesting algorithm achieves a maximum material utilization rate of 91.27% and an average material utilization rate of 79.10%, representing an 8.36% improvement over manual nesting. The nesting time for a vamp component ranges from 1.21 to 1.63 s, reducing time by 68.2% compared to manual nesting. The proposed algorithm effectively solves the online nesting problem for complex and irregularly shaped vamp components.

Keywords: safety shoe; vamp component nesting; irregular shape; no-fit polygon; overlap detection

0 引 言

安全鞋是一种用于保护穿着者免受意外事故伤害以及保护工作区域安全的特殊鞋类。其鞋面由鞋头、鞋腰、鞋舌、鞋领等多个形状各异的鞋片(vamp components, VampCs)缝合而成。

鞋片排样是指通过合理布局,将形状和大小各异的鞋片排列在指定区域内,以最大化材料利用率。安全鞋的排

样方法不同于普通皮鞋。普通生活用鞋更注重美观,为了避免色差,在排样时要求一双皮鞋重要部分的鞋片必须被来自同一张皮料。而安全鞋更注重功能性和耐用性,为了降低生产成本,材料最大化利用是排样的首要目标。因此安全鞋通常采用在一张皮料上仅排布 2~3 种鞋片的方法,而不是生活用鞋所用的多种鞋片排布的方法。

安全鞋生产所用到的鞋片形状多变,且多包含有圆弧曲线,其几何特殊性导致传统排样算法难以有效处理,当前

仍普遍依赖人工排样。但受限于操作者经验差异,材料利用率浮动较大、生产效率低。因此,根据安全鞋的排样方式和鞋片形状特征开发一套排样算法是安全鞋生产中亟待解决的问题。这一困境的核心源于两个关键问题:如何确定可排区域,以及在可排区域中如何放置待排鞋片。目前安全鞋片自动排样尚未形成系统性解决方案这正是本研究致力于突破的技术瓶颈。

可排区域是指在该区域中待排鞋片既不会与已排鞋片重叠,也不会超出皮料的边界。因此,确定可排区域的关键是解决待排鞋片与已排鞋片以及材料边界间的重叠检测问题。鞋片排样属于二维不规则排样,其涉及大量多边形间的重叠计算。针对多边形的重叠检测问题,临界多边形(no-fit polygon, NFP)算法因其在几何关系计算中的优势被广泛采用。作为精确计算多边形间重叠关系与最优靠接位置的核心工具,NFP算法可通过 Minkowski 矢量和、角度旋转等多样化方法生成。其中,王思琪^[1]提出了角度旋转的临界多边形生成策略。它在“Minkowski 矢量和”算法的基础上,结合两个多边形间的重心距离来寻找待排图形的最佳旋转角度,进而生成临界多边形,有效提升了凸多边形间的靠接精度,但难以突破凹多边形检测的技术瓶颈。刘斌等^[2]开发的图形像素化方法通过空间离散化处理实现了凹多边形重叠检测,但计算复杂度随图形细节增加呈指数级增长,难以满足在线排样的实时性需求。Guo 等^[3]提出的向量叠加临界多边形(vector superposition NFP, VS-NFP)算法在特定角度下能够处理凹多边形的重叠检测,但由于角度适应范围受限,其实际应用受到了制约。这些研究表明,现有的 NFP 算法在凹多边形处理效率、复杂形状实时检测方面仍存在显著瓶颈。

在排样优化算法研究方面,传统智能算法与深度学习技术呈现交替发展的态势。Sato 等^[4]将模拟退火算法与成对排放策略相结合,Pinheiro 等^[5]开发的随机密钥遗传算法通过编码机制创新提升了搜索效率,然而两者对复杂轮廓尤其是含圆弧边鞋片的排样效果仍不理想。王静静等^[6]设计的并行交叉遗传算法和闫嘉等^[7]提出的改进的免疫遗传算法通过模拟生物进化机制,在优化零件排样角度方面取得显著进展,但早熟收敛现象和圆弧边处理能力缺失制约了其应用范围。近年来,深度强化学习的引入为排样优化开辟了新路径^[8]。Hu 等^[9]将 Seq2Seq 模型拓展至三维排样,但对二维复杂特征的解析能力仍显薄弱。曾焕荣等^[10]将 Seq2Seq 模型与 Actor-Critic 框架结合,通过一维特征映射预测排样顺序,但几何特征的降维表达导致信息丢失。

值得关注的是,路径规划领域的算法创新为排样优化提供了跨领域启示。万怡华等^[11]的混合多策略蜚螂优化算法通过混沌初始化、贪婪搜索和 Levy 飞行增强全局搜索能力,虽然优化精度较高,但面对排样问题的空间填充需求,可能出现局部排列松散、影响材料利用率的问题,同时

计算复杂度较高。方敏等^[12]的蚁群-蝙蝠算法融合策略优化了信息素更新和搜索机制,提高了路径规划的稳定性,但其连续优化特性难以有效处理鞋片的离散旋转匹配,信息素机制也可能引发解集聚集效应,影响多样化解的探索。伞红军等^[13]提出的拟水流算法通过模拟水流流动过程进行路径规划,相较于传统算法提高了计算效率和路径平滑性。然而,该算法主要针对避障问题,难以适应排样优化中异形鞋片的紧密填充需求,且避障机制可能影响鞋片的整体排列密度。

针对含圆弧边或非凸特征鞋片的排样,现有算法的局限性更为凸显。Mundim 等^[14]提出的基于随机密钥遗传算法建立的数学模型虽在开放维度排样中取得突破,却难以平衡计算效率与解的质量。Rao 等^[15]开发的禁忌-集束混合算法虽提升了不规则物品的排样能力,但对复杂轮廓的空间利用率仍不理想。

在系统分析现有排样算法的基础上,针对安全鞋鞋片轮廓复杂、天然皮料边界不规则且需实时在线排样的行业需求,本文设计了一套适用于在天然皮料上实施在线排样的算法,有效解决了安全鞋排样的难题。本文主要工作如下:

- 1) 对基于轨迹线的临界多边形(trajjectory line-based NFP, TL-NFP)生成算法进行改进,加入圆弧的可接触检测策略以实现带圆弧边鞋片的重叠检测。
- 2) 对传统的临界多边形算法进行改进,生成不完整(非闭合的)临界多边形可排区域,减少鞋片排样耗时。
- 3) 针对不同形状类别的鞋片制定不同的定位策略,确定鞋片在可排区域内的排样方式、排样角度和排样位置,提高材料利用率。

1 可排区域的确定

确定可排区域的本质就是解决待排鞋片与待排区域之间的重叠检测问题。目前常用滑动碰撞法、凸化分割法、Minkowski 矢量和法和轨迹线法^[16-17]等算法来检测图形间的重叠。在上述的算法中,除滑动碰撞法和轨迹线法之外,其他方法都难以解决凹形零件的重叠检测,仅能解决凸形零件的重叠检测。

滑动碰撞法虽然可以解决重叠检测问题,但该算法耗时长。在计算边数分别为 m 和 n 的两个多边形间的临界多边形时,其时间复杂度可达 $O(l(mn))$, l 为 NFP 的边数^[17]。因为每次滑动都需要判断滑动所用角、滑动长度和滑动方向,导致该算法不适合在线排样。相比之下,轨迹线法的时间复杂度仅为 $O(l(k))$,其中 $k \leq mn$, k 为轨迹线生成数量。理论上,二者的时间复杂度最大值相当。但实际上,由于角度限制,每个角无法与所有边均能接触,因此轨迹线法实际生成的轨迹线数量远小于 mn ,其实际时间复杂度远小于 $O(l(mn))$ ^[18]。因此该方法不仅可以应对凹形零件的重叠检测,且排样效率也较滑动碰撞法有显著提升。

1.1 基于轨迹线的临界多边形算法

TL-NFP 算法的核心思想为:将两个多边形的重叠检测转化两者角和边之间的可接触检测。所谓的可接触检测是指寻找两者可靠接但不重叠的位置。通过轨迹线法实现重叠检测并生成临界多边形的原理如图 1 所示。

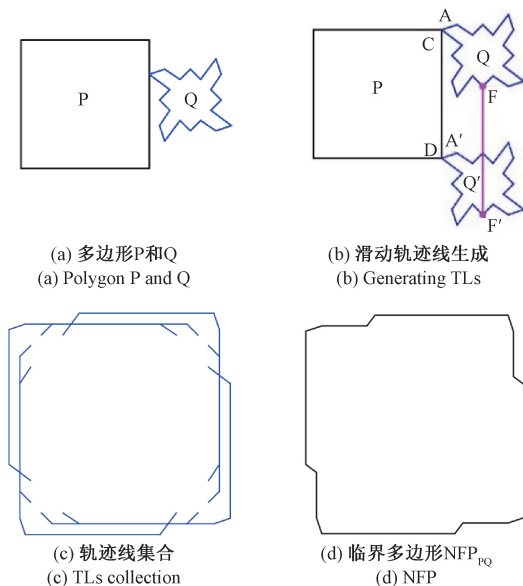


图 1 轨迹线法生成临界多边形 NFP_{PQ}

Fig. 1 NFP generation by TLs

假设 P 为固定不动的已排区域, Q 为可移动且可旋转的待排鞋片,如图 1(a)所示。在重叠检测过程中, Q 每转动一个角度,它都要绕 P 一周寻找两者的角与边可接触的位置。每寻找到一个可接触位置,就让 Q 的角沿着 P 的边或 Q 的边沿着 P 的角滑动,从而产生一条轨迹线。例如,当 Q 的 A 角与 P 的 CD 边可接触时, A 角沿 CD 边滑动将产生轨迹线 FF',如图 1(b)所示。要注意的是, Q 在移动过程中不能转动,只有当它绕 P 完成一周移动后才能转动一个角度,重新开始下个周期的移动。在 Q 绕 P 移动一周的过程中,求解两者的角和边在可接触状态下滑动产生的所有轨迹线,即可得到一个轨迹线集合,如图 1(c)所示。轨迹线集合最外围线段围成的多边形即为临界多边形,如图 1(d)所示。当待排鞋片 Q 放置在临界多边形外部时能够保证 P 和 Q 不会发生重叠。因此,临界多边形外部区域就是鞋片的可排区域。

虽然轨迹线法适合凹多边形和凸多边形鞋片的在线重叠检测,但它和其他算法一样都存在一个相同问题:仅能实现角与直边之间的可接触检测,即只适用于无曲线边的多边形的重叠检测。

1.2 改进的基于轨迹线的临界多边形算法

安全鞋鞋片的轮廓大多带有圆弧曲线,若要采用轨迹线法生成可排区域需要先将圆弧边拟合为直线边才能进行重叠检测。但采用拟合的方法势必会降低材料利用率,与

最大化材料利用率的目标相背。所以本文提出了改进的基于轨迹线的临界多边形算法。该算法将圆弧视为特殊的角来解决重叠检测问题,同时增加圆弧的可接触检测策略和轨迹线生成方法。

1) 圆弧可接触检测策略

可接触检测是临界多边形生成的第一步。无论是待排鞋片还是待排区域均是由角、直边和圆弧等元素构成的。为了实现待排鞋片与待排区域的可接触检测,改进的轨迹线算法增加了圆弧与直线、圆弧与角、圆弧与圆弧的可接触检测策略。之所以要增加这些检测策略是因为待排区域的边界是由已排鞋片和皮料的部分边界构成的,如图 2 中虚线所示。

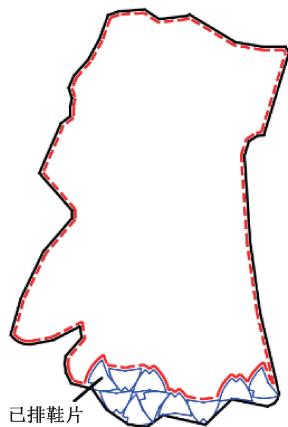


图 2 待排区域

Fig. 2 Area to be nested

此外,圆弧可分为优弧和劣弧,其中优弧的圆心角大于 180° ,劣弧的圆心角小于 180° 。由于鞋片和待排区域的轮廓均由劣弧组成,本文后续均以劣弧为例进行讨论。

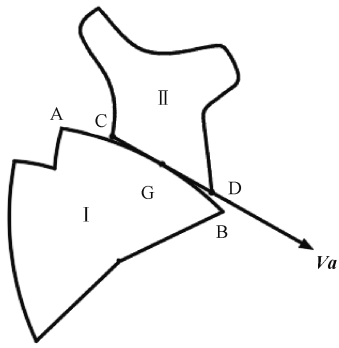
(1) 圆弧与直线可接触检测

假设鞋片 I 为已排鞋片,鞋片 II 为待排鞋片,鞋片 I 的 AB 边是待排区域的部分边界。当鞋片 II 的直边 CD 与鞋片 I 的圆弧边 AB 可接触时,必定是圆弧与直边相切时,如图 3(a)所示。若已排鞋片的摆放角度如图 3(b)所示,此时圆弧端点 A 和 B 的切线向量分别是 V_a 和 V_b ,则圆弧上其他点的切线向量必定落在 V_a 和 V_b 之间。当圆弧 AB 与直边 CD 相切于点 G,则直线 CD 的切线向量为 V_g ,同时 V_g 也是圆弧 AB 在点 G 的切线向量。因此可通过判断直边的切线向量是否落在圆弧的切线向量区间内,即可知道圆弧与直边能否接触。若是,则两者可接触。

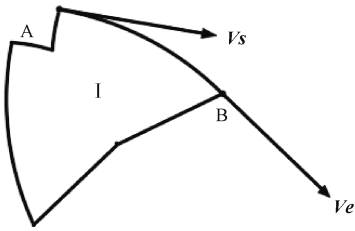
(2) 圆弧与角可接触检测

角有凸角和凹角两种,但仅有凸角可能与圆弧接触。同样,圆弧有凸圆弧和凹圆弧两种,所以圆弧和角的可接触检测分为凸圆弧与角可接触和凹圆弧与角可接触两种情况。

凸圆弧与角可接触检测:凸圆弧与角可接触有两种情况,其一是角的两边均位于凸圆弧的外侧,且与凸圆弧均不相交,角通过顶点与圆弧接触,如图 4(a)中角 MLN;其二



(a) 圆弧与直线相切
(a) Tangency of arc and line



(b) 圆弧端点的切线向量
(b) Tangent vectors at arc endpoint

图 3 圆弧与直线可接触检测

Fig. 3 Contact detection between arc and line

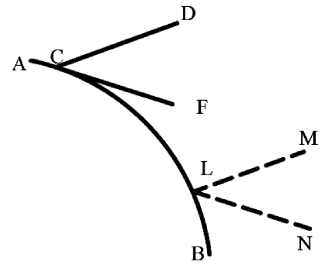
是角的一边落于圆弧外,另一边与圆弧相切,角通过边与圆弧接触,这是角与圆弧可接触的临界情况,如图 4(a)中角 DCF。

当角 DCF 的 CF 边分别与圆弧 A 端点和 B 端点相切时,如图 4(b)所示,CF 的边向量 V_p 即是圆弧两端点的切向量 V_s 和 V_e ,因此当角 DCF 的 CF 边向量 V_p 落在 V_s 和 V_e 之间时,角 DCF 的 CF 边必可在圆弧 AB 上找到一个切点,即角 DCF 与凸圆弧可接触。

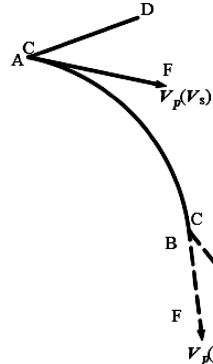
当角与凸圆弧可接触时,并不一定是角与整段凸圆弧全部可接触。如图 4(c)所示,当角 DCF 与圆弧切于点 Q,当角 CDF 沿着圆弧从 Q 点向 A 点移动,必然出现角与圆弧相交。这是因为当角 DCF 向上移动时, $C'F'$ 的边向量 V_p 必然小于角顶点 C' 处圆弧的切向量。因此当角与凸圆弧临界可接触时,角只能相对于圆弧从切点开始向下滑动产生轨迹线,即两者的可接触范围为圆弧的 QB 段。

同理,当角 DCF 的 CD 边分别与圆弧 A 端点和 B 端点相切时,如图 4(d)所示,CD 的边向量 V_e 即是两端点的切向量 V_e' 和 V_s' 。 V_e' 和 V_s' 是圆弧 AB 端点处的另外一组切线向量,它们分别与 V_e 和 V_s 相差 180° 。当角的 CD 边与圆弧切于点 Q 时,角只能相对于圆弧从切点开始向上滑动产生轨迹线,即两者的可接触范围为圆弧的 AQ 段。

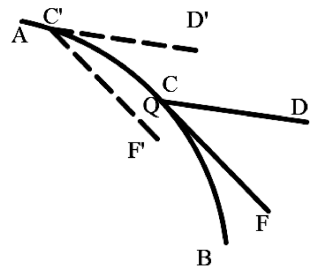
综上所述,为了判断如图 5(a)所示的凸圆弧与角是否可接触及可接触区间,首先需求取凸圆弧两端点处的切线向量 V_s 、 V_s' 、 V_e 和 V_e' ,以及对应的向量区间 N,如图 5(b)所示;然后求取角的两个边向量 V_c 和 V_p ,以及对应的向量



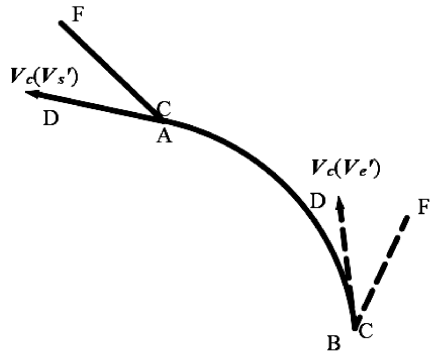
(a) 凸圆弧与角的可接触情况
(a) Contact scenarios between convex arc and angle



(b) 凸圆弧与CF边相切
(b) Tangency of CF edge and arc endpoint



(c) 角在圆弧上的滑动范围
(c) Sliding range of angle on convex arc



(d) 凸圆弧与CD边相切
(d) Tangency of CD edge and arc endpoint

图 4 凸圆弧与角可接触检测原理

Fig. 4 Contact detection principle between convex arc and angle

区间 K,如图 5(c)所示;最后,判断 N 与 K 之间是否存在交集。若存在则凸圆弧与角可接触,如图 5(d)所示。

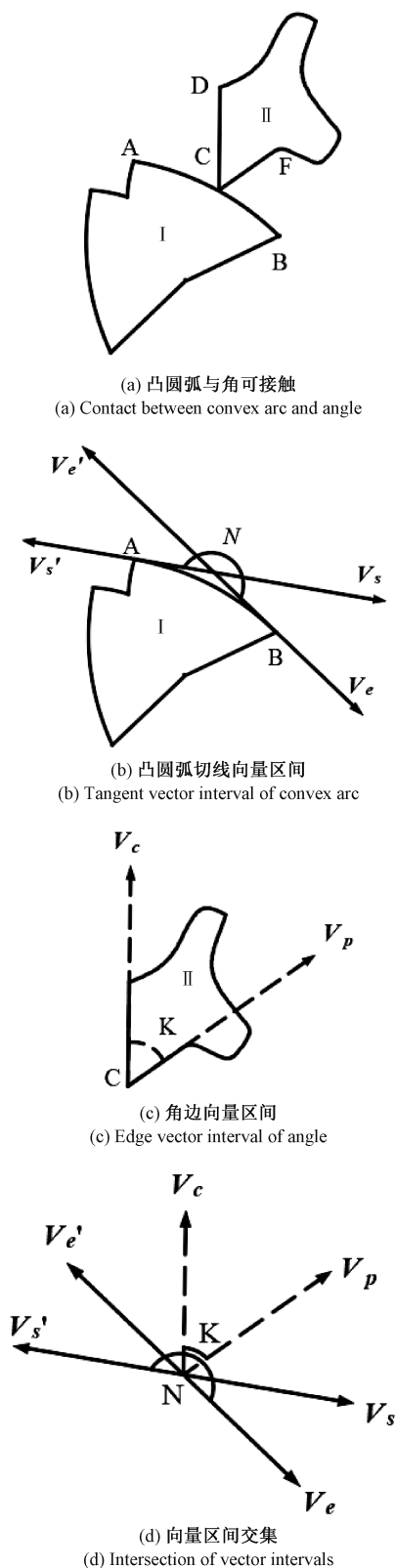


图 5 凸圆弧与角可接触检测

Fig. 5 Contact detection between convex arc and angle

当 V_c 和 V_p 均位于 V_e' 和 V_s 之间时,凸圆弧与角两边

不相交,两者可接触范围为整个凸圆弧;当 V_c 位于 V_s' 和 V_e' 之间且 V_p 位于 V_e' 和 V_s 之间时,角的 CD 边将与凸圆弧相切,且 V_c 越靠近 V_s' 则临界接触点 Q 越靠近端点 A,两者的可接触范围 AQ 越小;当 V_p 位于 V_s 和 V_e 之间且 V_c 位于 V_e' 和 V_s 之间时,角的 CF 边将与凸圆弧相切,且 V_p 越靠近 V_e 则临界接触点 Q 越靠近端点 B,两者的可接触范围 QB 越小。

凹圆弧与角可接触检测:同理,可获得如图 6(a)所示凹圆弧与角的可接触检测依据。两者的切线向量区间如图 6(b)和(c)所示。若角的两个边向量 V_c 和 V_p 均位于 V_s' 和 V_e' 之间,则凹圆弧与角两边不相交,两者可接触范围为整个凹圆弧;若 V_c 位于 V_e' 和 V_s' 之间或 V_p 位于 V_e 和 V_s 之间,则角的一边与凹圆弧相切,两者可接触范围为部分凹圆弧,如图 6(d)所示。

(3) 圆弧与圆弧可接触检测

由于凹圆弧与凹圆弧不可能接触,因此圆弧之间的可接触检测存在两种情况:凸圆弧与凸圆弧、凸圆弧与凹圆弧。此外,当凹圆弧的半径小于凸圆弧半径时,二者也不可能接触。因此后续关于圆弧的可接触讨论不包含这种情况。由于“凸圆弧与凸圆弧”可接触检测方法与“凹圆弧与凸圆弧”的相似,后续圆弧间的接触检测将以“凸圆弧与凸圆弧”的接触检测为例进行解释。

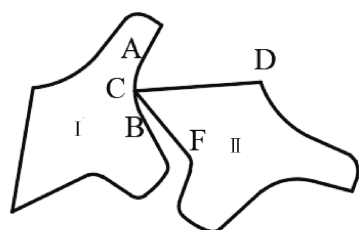
当把圆弧看成一种特殊的角,那么“圆弧与圆弧”的可接触检测方法就可借鉴“圆弧与角”的可接触检测方法。如图 7 所示,首先,分别求取凸圆弧 I 和凸圆弧 II 端点处的切线向量,获得以 V_s' 和 V_e' 为边界的向量区间 N,以及 V_c 和 V_p 为边界的向量区间 K;然后,判断 N 与 K 是否存在交集,以此为依据确认两凸圆弧是否可接触。

若 V_c 和 V_p 均位于 V_e' 和 V_s 之间,则在凸圆弧 II 上必可找到一个点与凸圆弧 I 相切,两者可接触,可接触范围为整个凸圆弧 I。若 V_c 位于 V_s' 和 V_e' 且 V_p 位于 V_e' 和 V_s 之间,则两者仅部分可接触,可接触范围为凸圆弧 I 上的 AQ 区间。Q 为凸圆弧 II 的端点 C 与凸圆弧 I 的切点。若 V_p 位于 V_s 和 V_e 之间且 V_c 位于 V_e' 和 V_s 之间,则两者也是部分可接触,可接触范围为凸圆弧 I 上的 QB 区间。Q 为凸圆弧 II 的端点 D 与凸圆弧 I 的切点。

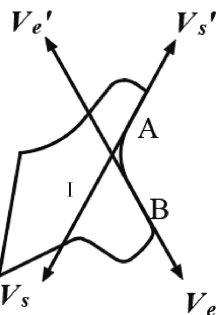
2) 生成临界多边形

当完成可接触检测策略构建后,接下来可利用改进的轨迹线算法来确定可排区域。该算法通过待排鞋片的移动和旋转来搜寻待排鞋片与待排区域边界之间的可接触位置,进而生成可排区域。

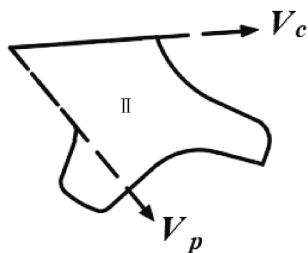
如图 8 所示,鞋片 I 为已排鞋片,鞋片 II 为待排鞋片。鞋片 I 的弧边 AB 是构成图 2 待排区域边界的一部分。当待排鞋片 II 转动到图 8(a)所示的某个角度时,直边 CD 与待排区域的弧 AB 相切,代表两者可接触。以切点为两者的接触点,让直边 CD 上的每一点依次滑过该接触点。在滑动过程中,参考点 F 也会随之移动。F 点的移动轨迹



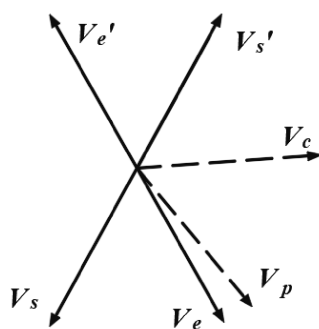
(a) 凸圆弧与角可接触
(a) Contact between convex arc and angle



(b) 凸圆弧切线向量区间
(b) Tangent vector interval of convex arc



(c) 角边向量区间
(c) Edge vector interval of angle



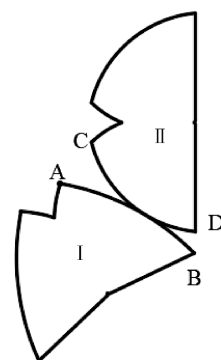
(d) 向量区间交集
(d) Intersection of vector intervals

图 6 凹圆弧与角可接触检测

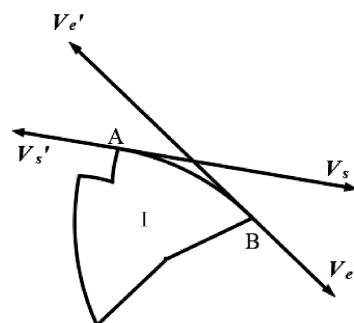
Fig. 6 Contact detection between concave arc and angle

FF'是生成临界多边形所需的一条轨迹线。将待排鞋片转动不同的角度,其直边 CD 与圆弧边界 AB 的切点位置均不同,则 CD 延着切点滑动产生的轨迹线也会不同。但需注意的是在可接触检测的滑动过程中待排鞋片只能移动不能转动。

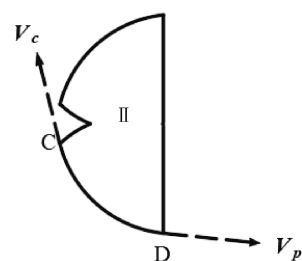
当待排鞋片 II 转动到如图 8(b)所示的另一个角度时,



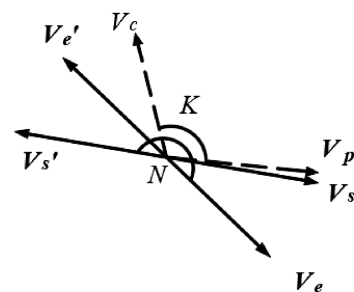
(a) 凸圆弧与凸圆弧可接触
(a) Contact between convex arcs



(b) 凸圆弧 I 切线向量区间
(b) Tangent vector interval of convex arc I



(c) 凸圆弧 II 切线向量区间
(c) Tangent vector interval of convex arc II



(d) 向量区间交集
(d) Intersection of vector intervals

图 7 凸圆弧与凸圆弧可接触检测

Fig. 7 Contact detection between convex arcs

角 CDK 顶点 D 与待排区域的弧边 AB 可接触。将顶点 D 沿 AB 从端点 A 滑动至端点 B,参考点 F 滑过的轨迹 FF'也是生成临界多边形所需的一条轨迹线。待排鞋片转动不

同的角度,角与圆弧的接触点均是顶点 D,但可接触的范围不同,参考点 F 与圆弧的距离也不同,随之产生的滑动轨迹线也会不同。

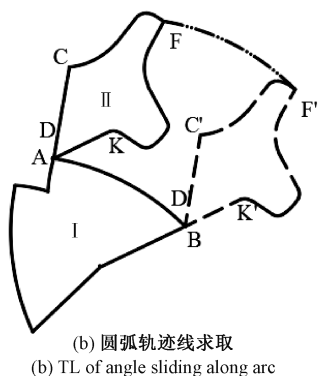
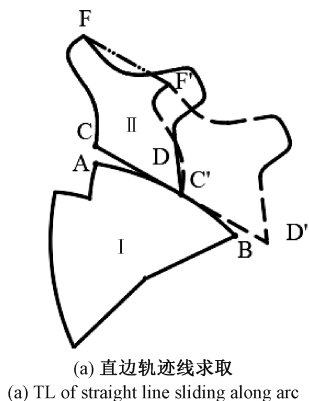


图 8 轨迹线求取

Fig. 8 Generating TLs

综上所述,待排鞋片旋转不同角度所产生的滑动轨迹线均不相同,但是过多的旋转角度势必增加轨迹线生成的计算量,增加排样耗时。同时,每个旋转角度都会产生一个排样备选区域,导致最终确定鞋片入排位置的时间也随之增加^[19],因而很多研究人员仅选用 4 个旋转角度(相互间隔 90°)来确定可排区域^[7,20-21]。由于鞋片的在线排样需要兼顾时间耗费和材料耗费,因此本论文将根据鞋片的形状选择 2 个或 6 个旋转角度进行接触检测,即待排鞋片每转 180° 或 60° 检测一遍与待排区域的可接触情况,生成一个轨迹线集合进而生成一个临界多边形(可排区域)。如图 9(a)所示为待排鞋片处于 240° 时通过可接触检测得到的轨迹线集合。取该轨迹线集合最内部轨迹线即可得到一个临界多边形,如图 9(b)中点画线所示。该临界多边形即是要求解的一个可排区域。

2 不完整临界多边形算法

在实际排样过程中,为了合理利用皮料,安全鞋的排样都是从皮料底部开始向上排布鞋片。也就是说图 9(b)的可排区域中实际上仅左侧和底部可能会被排入鞋片。因此用上述的改进的基于轨迹线的临界多边形算法花费了大量

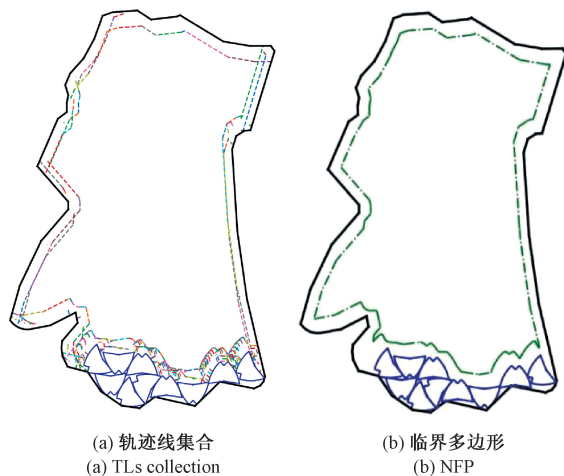


图 9 临界多边形生成

Fig. 9 Generating NFP

时间来生成大面积无用的可排区域。为了解决这个问题,本文提出了改进的基于轨迹线的不完整临界多边形算法来减少无用区域的重叠检测,以提升算法效率。

2.1 改进的待排区域

为了减少重叠检测耗时,本文仅对可能排入鞋片的区域求取轨迹线集合。改进后的待排区域边界由图 2 中完整待排区域的底部边界以及左侧少量边界构成,如图 10 所示的虚线部分。其中,左侧边界的范围设定为鞋片长度的两倍,低于该界限的部分视为待排区域的左侧边界。



图 10 改进后待排区域

Fig. 10 Improved region to be nested

2.2 生成不完整临界多边形

将待排鞋片沿着改进的待排区域边界从左至右滑动一遍,生成的滑动轨迹线集合如图 11(a)所示。相较于图 9(a),可以明显看出不完整临界多边形算法生成的轨迹线数量和长度均大幅减少。取图 11(a)中最上部分的轨迹线可生成一个不完整临界多边形,如图 11(b)所示。该临界多边形的轮廓和上方区域均可作为鞋片的可排样区域。为了追求尽可能大的材料利用率,本文选择将待排鞋片的参考点放

置在不完整临界多边形轮廓上进行排样,这样可保证新排入的鞋片不会与已排鞋片重叠,也不会超出皮料边界,同时还可以让它们之间的空隙尽可能小。因此,图 11(b)所示的不完整临界多边形的轮廓就是要求解的可排区域。

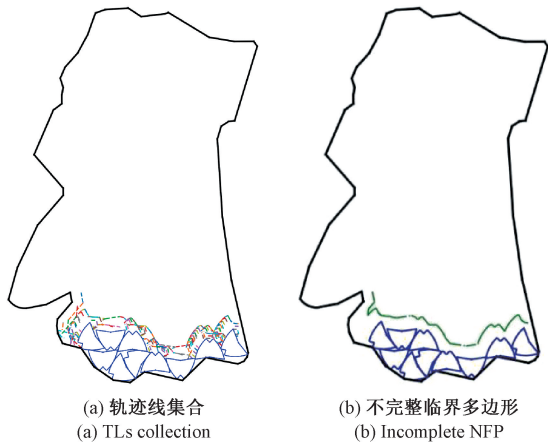


图 11 不完整临界多边形生成
Fig. 11 Generating incomplete NFP

3 鞋片定位策略

利用不完整临界多边形算法确定的可排区域是一条曲线,待排鞋片的参考点应该放置在该曲线上什么位置才能让材料的利用率最大,这需要通过定位策略来确定。鞋片定位策略用于确定鞋片在可排区域内的放置方式、放置位置和放置角度。

常用的放置方式有普通单排、普通双排、对头单排和对头双排。普通排样方式是指两个相邻鞋片的位相为任意角度;对头排样方式是指两个相邻鞋片的位相差 180°。单排是指逐行排入鞋片,且每次仅排入一个鞋片;双排是指每次放置 2 个鞋片,且分别放置在相邻的两行。

放置位置即鞋片入排位置,常用最低重心法、BL 法、最低水平线法、混合定位法^[22]等方法确定。

3.1 鞋片分类及复杂性分析

1) 鞋片分类

安全鞋鞋片的形状差异较大,单一的定位策略难以适用于所有鞋片。根据其形状特征,可将鞋片分为以下几类:外形类似条状的条形鞋片、轮廓不规则的异形鞋片、轮廓对称的对称凹形鞋片和对称凸形鞋片(如图 12 所示)。本文针对不同形状的鞋片,采用相应的定位策略,以提高材料利用率并减少在线排样时间。

2) 鞋片复杂度分析

在数学上,曲线相较于直线更难解析,并且由于曲率的变化,使得弧线的形状比直线更难预测。因此,可通过弧线数量、弧线比例等指标来衡量图形的形状复杂度。此外,轮廓偏离度也是评估图形复杂度的重要指标之一。它是指图形边界相对于凸包、最小外接矩形或正则形状的偏离程度。

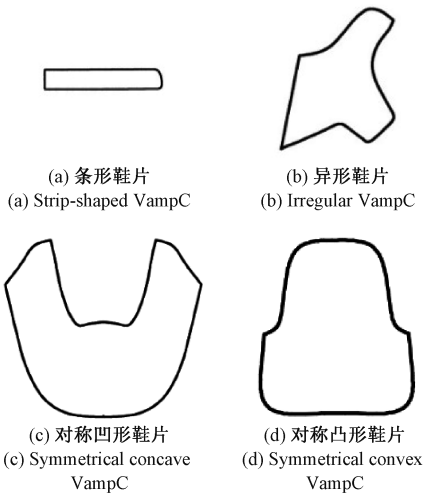


图 12 鞋片种类
Fig. 12 Types of VampCs

为了体现所排样鞋片形状的复杂性与多样性,并验证将鞋片划分成图 12 所示的 4 类的必要性,本文从厂家提供的鞋片样本中随机抽选 80 张(每类各 20 张),对其进行弧线比例、轮廓偏离度等指标的测试,结果如表 1 所示。

表 1 鞋片复杂度分析

类别	圆弧数		面积/cm ²		平均弧线 比例/%	轮廓偏 离度/%
	Ave	Max	Min	Max		
条形	14.1	22	14.28	108.81	51	15.45
异形	22.3	37	26.38	263.75	80	21.85
对称-凹形	33	48	67.59	484.97	81	24.52
对称-凸形	18	24	24.98	175.47	65	18.24

从检测结果来看,凹形鞋片在复杂度指标上是 4 类鞋片中最高的,其平均圆弧数达到 33 个,轮廓偏离度达到 24.52%。这表明凹形鞋片的边界包含最多的局部弧线,边界形态多变,整体形状复杂度最高。相比之下,条形鞋片的复杂度指标最低,轮廓偏离度仅为 15.45%,不仅在视觉上呈现出规则、简单的外形,其数值指标也验证了这一特征。异形鞋片和凸形鞋片的复杂度居中,但二者在形态特征上仍然存在明显差异。例如,它们的平均圆弧数相差近 4 个,平均弧线比相差 0.15,轮廓偏离度相差 3.61%。由此可见,不同类别鞋片在图形复杂度上的表现存在明显差异,这不仅验证了将鞋片划分为 4 类的合理性,也为后续基于形状特征制定定位策略提供了数据支持。

3.2 异形鞋片定位策略

由于外形不规则的特点,异形鞋片采用普通单排方式放置。为了确定鞋片的入排位置和角度,首先,将待排鞋片依次旋转 0°、60°、120°、180°、240°、300°,并利用不完整临界多边形算法生成 6 个备选可排区域。然后,选择上述备选

区域的重心最低点作为鞋片参考点(如图 8 中鞋片 II 的 F 点)的放置位置。最后,计算待排鞋片放入备选区域后,其左侧和下侧产生的浪费面积,并选择浪费面积最小的备选区域作为可排区域。由于 6 个备选区域与 6 个旋转角度的待排鞋片一一对应,因此一旦选定某个备选可排区域,即确定了鞋片的排样角度和排样位置。

3.3 对称形鞋片定位策略

对称形鞋片根据形状特征可分为大凹、小凹和凸形 3 类,如图 13 所示。由于大凹鞋片的凹陷区域可以嵌排其他鞋片,有助于提升材料利用率。因此大凹鞋片所用的定位策略与其他两种对称鞋片不一样。

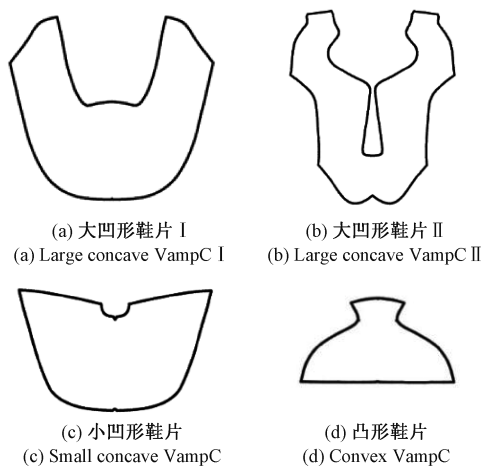


图 13 对称鞋片种类

Fig. 13 Types of symmetrical VampCs

1) 大凹鞋片定位策略

对称大凹鞋片采用对头双排方式,如图 14 所示。这种排样方法可将凹陷区域组合成更大空间来嵌排较小的鞋片,达到减少材料浪费的目的。

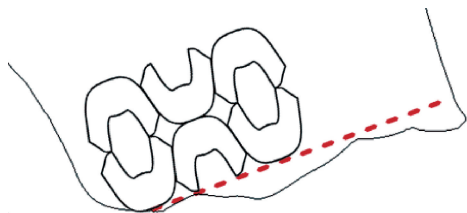


图 14 对称大凹鞋片排布方案

Fig. 14 Nesting method for large concave VampC

天然皮料的外形是不规则的,但对头双排属于规则排布方式。为了实现鞋片的规则排布,首先从皮料底边边界拟合出一条直线作为排样的基准线,如图 14 所示的虚线。接着,计算基准线与水平线的夹角,将其作为大凹鞋片入排时的附加角 θ 。同时,用基准线和皮料左侧边界构成待排区域的边界。然后,将待排鞋片分别旋转 θ 及 $\theta + 180^\circ$,利用不完整临界多边形算法生成 2 个备选可排区域。最后,找到每个备选区域的左下侧点,将这个点作为大凹形鞋片

的入排点。计算鞋片放入备选区域后其左侧和下侧浪费区域的面积,选择浪费面积最小的备选区域作为可排区域,完成第一个大凹鞋片的排样定位。

在对头双排方式中,相邻两个鞋片的相对排布位置是固定的,且该排布位置参数可通过离线计算来确定。因此只需确定第一个鞋片的入排位置和角度后,后续鞋片可根据位置参数依次排入,大大缩减了在线排样耗时。

2) 小凹和凸形鞋片定位策略

由于小凹和凸形鞋片没有大可利用的凹陷区域,因此相邻两行的鞋片无需对头排布。但这两类鞋片具有对称的特性,同一行鞋片可以通过对头排列减少材料的占用,故这两种对称鞋片采用对头单排方式,如图 15 所示。该两类鞋片的入排角度和入排点的确定方法与大凹鞋片一致。不同之处在于每一行都需计算第一个鞋片的入排点,让每行的第一个鞋片都尽可能靠近皮料左侧边界,以便将空隙汇集到皮料右侧来排入小鞋片,提高材料利用率。

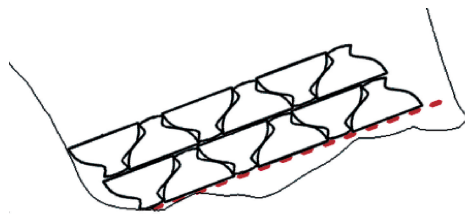


图 15 对称凸鞋片排布方案

Fig. 15 Nesting method for convex VampC

3.4 条形鞋片定位策略

由于条形鞋片形状接近矩形或就是矩形,这类鞋片采用规则单排方式产生的空隙最少,如图 16 所示。这种排样方式入排点和入排角度的确定方法与凹形对称鞋片相同,但在每行的开始都需计算一次入排点。

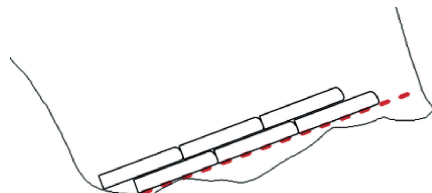


图 16 条鞋片排布方案

Fig. 16 Nesting method for strip-shaped VampC

3.5 填补用鞋片定位策略

由于皮料和鞋片的外形均不规则,当大面积鞋片排布完成后,皮料上总会剩余不少空隙,可用一些小鞋片来填补空隙,以提升材料利用率。本文通过设置面积阈值,将小于阈值的鞋片划归为小鞋片。小鞋片采用与异形鞋片一样的定位策略。

4 鞋片排样结果及分析

本文算法采用 Python 实现,并在 Windows 10 操作系统上运行,计算机配置为 i5@3.5 GHz,内存为 32 G。

将本文提出的排样算法应用于异形、凹形、凸形和条形鞋片的排样,并通过小鞋片填补空隙,部分排样效果如图 17 所示。其中,图 17(a)和(b)分别展示了异形和大凹形鞋片的排样结果。由于这两类鞋片存在较多难以完全填充的空隙,导致材料利用率相对较低。相比之下,图 17(c)和(d)所示的凸形和小凹形鞋片,由于凹陷程度较小,能够实现更为紧凑的排列,其排样效果优于大凹形鞋片。而图 17(e)和(f)所示的条形鞋片表现出最佳的排样效果。这类鞋片外形较规则,几乎不存在凹陷,使得排布时产生的空隙最小,从而在所有鞋片类型中具有最高的材料利用率。

为了验证本文所提算法的排样性能,每类鞋片均随机挑选 10 种,在 20 张不同外形的皮料上同时利用本文算法与人工方法对这些鞋片进行排样,所获得的排样数据如

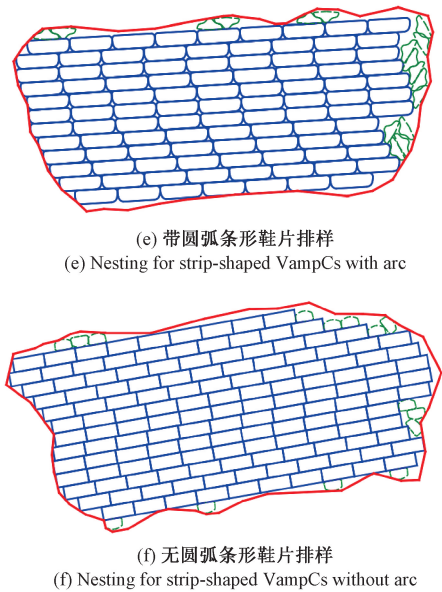


图 17 鞋片排样结果
Fig. 17 VampCs nesting

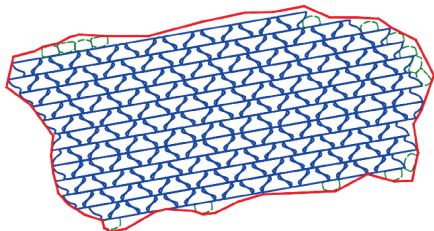
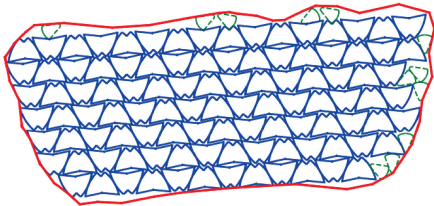
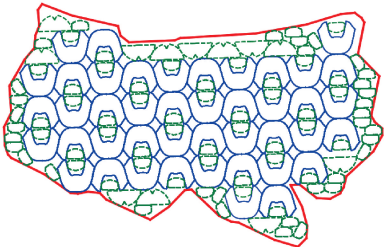
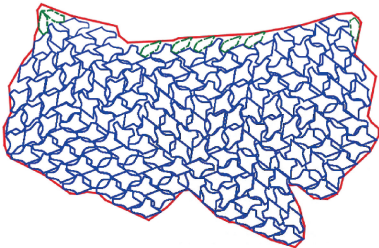


表 2 所示。通过对比可知,相较于人工排样,本文算法在排样效率上提升较多。其中对称凸形鞋片排样耗时每片减少了 3.05 s。在材料利用率方面,条形鞋片的提升最大,较人工排样平均提升 12.87%。其他几类鞋片的材料利用率也有相当大的提升,如凸形、大凹形、小凹形和异形鞋片分别提升 11.47%、7.15%、3.66%和 6.65%。对所有类别的鞋片而言,相较于人工排样,本文算法的材料利用率平均提升 8.36%,每片排样用时平均节省 2.87 s。

表 2 人工排样与算法排样对比

Table 2 Comparison of manual nesting and algorithmic nesting

类型	人工		本文算法		
	平均利 用率/%	用时/ (s·片 ⁻¹)	最优利 用率/%	平均利 用率/%	用时/ (s·片 ⁻¹)
异形	63.34	4.35	71.62	69.99	1.63
对称-大凹形	68.49	4.13	77.94	75.64	1.33
对称-小凹形	73.85	4.24	79.08	77.51	1.28
对称-凸形	71.77	4.31	85.41	83.24	1.26
条形	76.26	4.02	91.27	89.13	1.21
总平均	70.74	4.21	81.06	79.10	1.34

为了进一步验证本文所提算法的排样性能,将它与二维排样方面的其他算法进行比较,结果如表 3 所示。尽管所选 4 篇文献的排样对象不是鞋片,但它们的形状特征与鞋片相似。在这些文献中,排样对象既有形状简单的,也有形状复杂的;既有带圆弧边的,也有带直线边的;既有对称的也有异形的。

表 3 材料利用率对比

Table 3 Comparison of material utilization %

方法	最优利用率	最优平均利用率	总平均利用率
文献[20]	87.50	78.33	77.20
文献[23]	86.36	79.30	未提及
文献[24]	77.36	75.92	未提及
文献[25]	86.44	79.46	未提及
本文算法	91.27	81.06	79.10

由于本文所提算法在一张皮料上仅排布 2~3 种形状的鞋片,而其他算法则在一张皮料上排布多种形状的对象。如果直接将本文算法生成的每种形状鞋片的排样结果与其他文献中的排样结果直接进行对比,显然是不合适的。因此,本文采用综合排样结果作为性能比较的依据。所用的性能评价指标包括材料利用率的最优值和平均值。在表 3 中,本文算法的数据来源于表 2 中 5 类鞋片排样结果的平均值,而其他算法的数据来源用文献[20]为例进行说明。该文献提出的 ST-PSO 算法的材料最优利用率为 87.50%,该数据是 M8-1007 数据集的排布结果。ST-PSO 算法的最优平均利用率和总平均利用率是文中所列 8 个数据集排样结果的平均值。此外,表 3 中部分算法所用的测试数据集规定仅允许使用两种角度进行排布,而本文算法部分鞋片也只使用了两种角度进行排布。因此在讨论排样性能优劣时不考虑排样角度的影响。

从表 3 可以看出,对于 3 个性能评价指标,本文算法均优于表中所列其他算法。具体而言,在最优利用率方面,本文算法至少超出 3.77% 以上;在最优平均利用率方面,它也至少超出 1.6% 以上。从测试数据上看,尽管本文算法在最优平均利用率和总平均利用率方面比其他算法仅略高一些。但是,本文算法的测试数据均来源于在外轮廓不规则皮料上的排样结果,而其他 4 种算法的测试结果都是在外轮廓规则的材料上的排样结果。若扣除因不规则的材料边缘所产生的浪费空间,则本文算法的排样性能将会更好。

5 结 论

本文讨论了安全鞋鞋片的排样问题。安全鞋鞋片形状复杂,存在圆弧和凹陷的特征。针对安全鞋鞋片的形状特征,提出改进的基于轨迹线的不完整临界多边形算法来确定可排区域。针对安全鞋鞋片特定的排样方式,提出不同形状的鞋片采用不同的排样策略来确定鞋片在可排区域内的位置和角度。通过测试数据可以看到,本文提出的鞋片排样算法在排样效率和材料利用率方面均较好,完全满足实际生产要求。对形状较规则的条形鞋片,其材料利用率达到 90% 左右;即使是形状最不规则的异形鞋片,其材料利用率也接近 70%。后续将继续改进鞋片排样算法,优化异形鞋片的放置和空隙填补方法,进一步提升材料利用率。

参考文献

[1] 王思琪. 基于遗传算法的二维模板排样算法的研究[D]. 成都:电子科技大学,2020.
WANG S Q. Research on two-dimensional layout algorithm based on genetic algorithm[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China,2020.

[2] 刘虓,王宇帆,刘嘉敏. 二维不规则排样背景下的零件像素化表达算法[J]. 锻压技术,2021,46(8):44-48.
LIU X, WANG Y F, LIU J M. Pixelated expression algorithm of parts under background of two-dimensional irregular layout[J]. Forging & Stamping Technology,2021,46(8):44-48.

[3] GUO B S, LI J R, ZHANG Y, et al. Efficient 2D irregular layout by vector superposition NFP and mixed-integer programming[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 230: 120548.

[4] SATO A K, MARTINS T C, TSUZUKI M S G. A pairwise exact placement algorithm for the irregular nesting problem[J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2016, 29(11): 1177-1189.

[5] PINHEIRO P R, AMARO J B, SARAIVA R D. A random-key genetic algorithm for solving the nesting problem [J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2016, 29(11): 1159-1165.

[6] 王静静,瞿少成,李科林. 一种基于并行交叉遗传算法的二维不规则排样问题求解[J]. 计算机应用与软件, 2020,37(7):188-193.
WANG J J, QU SH CH, LI K L. A two-dimensional irregular layout problem solving based on parallel cross genetic algorithm [J]. Computer Appliation and Software,2020,37(7):188-193.

[7] 闫嘉,李林峰,林毓培,等. 基于改进免疫遗传算法的汽车零件排样[J]. 西南大学学报,2023,45(5):204-214.
YAN J, LI L F, LIN Y P, et al. Automobile parts packing based on improved immunogenetics algorithm[J]. Journal of Southwest University,2023,45(5):204-214.

[8] 曾韦健,李晖. 5G 异构网络中基于多目标 Actor-Critic 的资源分配[J]. 国外电子测量技术, 2024, 43(6): 33-40.
ZENG W J, LI H. Resource allocation based on multi-objective Actor-Critic in 5G heterogeneous networks[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2024, 43(6):33-40.

[9] HU R ZH, XU J ZH, CHEN B, et al. TAP-Net: Transport-and-pack using reinforcement learning[J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), 2020, 39(6): 1-15.

[10] 曾焕荣,商慧亮. 基于深度强化学习的二维不规则多边

- 形排样方法[J]. 计算机系统应用, 2022, 31(2): 168-175.
- ZENG H R, SHANG H L. Nesting method of two-dimensional irregular polygons based on deep reinforcement Learning [J]. Computer Systems & Applications, 2022, 31(2): 168-175.
- [11] 万怡华, 张雪梅. 混合多策略改进蜣螂算法的避障路径规划[J]. 电子测量技术, 2024, 47(2): 69-78.
- WAN Y H, ZHANG X M. Obstacle avoidance path planning of hybrid multi-strategy improved dung beetle optimizer [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(2): 69-78.
- [12] 方敏, 金世俊. 基于蚁群算法和蝙蝠算法的多点路径规划[J]. 电子测量技术, 2024, 47(18): 47-53.
- FANG M, JIN SH J. Multi-point path planning based on ant colony algorithm and bat algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(18): 47-53.
- [13] 伞红军, 杨晓园, 陈久朋, 等. 基于拟水流算法在移动机器人路径规划中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(7): 263-278.
- SAN H J, YANG X Y, CHEN J P, et al. Research on path planning of mobile robot based on the stream algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(7): 263-278.
- [14] MUNDIM R, ANDRETTA M, DE QUEIROZ T A. A biased random key genetic algorithm for open dimension nesting problems using no-fit raster [J]. Expert Systems with Applications, 2017, 81: 358-371.
- [15] RAO Y Q, WANG P, LUO Q. Hybridizing beam search with tabu search for the irregular packing problem [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021(1): 5054916.
- [16] 周婧哲. 混合定位策略和双种群遗传算法在二维不规则排样问题中的优化研究[D]. 金华: 浙江师范大学, 2023.
- ZHOU J ZH. Research on optimization of hybrid location strategy and dual population genetic algorithm in two dimensional irregular layout problem [D]. Jinhua: Zhejiang Normal University, 2023.
- [17] 高荣宇. 二维不规则件排样优化系统研究与实现[D]. 长沙: 湖南大学, 2019.
- GAO R Y. Research and implementation of two-dimensional irregular part nesting optimization system [D]. Changsha: Hunan University, 2019.
- [18] 郭长江. 基于改进双种群遗传算法的二维异形件排样研究[D]. 成都: 西华大学, 2022.
- GUO CH J. Research on layout of two dimensional irregular parts based on improved double-population genetic algorithm [D]. Chengdu: Xihua University, 2022.
- [19] 高勃, 张红艳, 朱明皓. 面向智能制造的不规则零件排样优化算法[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27(6): 1673-1680.
- GAO B, ZHANG H Y, ZHU M H. Optimization algorithm of irregular parts layout for intelligent manufacturing [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2021, 27(6): 1673-1680.
- [20] FANG J, RAO Y Q, LIU P, et al. Sequence transfer-based particle swarm optimization algorithm for irregular packing problems [J]. IEEE Access, 2021, 9: 131223-131235.
- [21] 朱光宇, 蒋起爽, 林晓斌. 基于最优觅食算法的增材制造中多种类零件分批排样研究[J]. 计算机集成制造系统, 2024, 30(7): 2340-2349.
- ZHU G Y, JIANG Q SH, LIN X B. Batch layout of various parts in additive manufacturing based on optimal foraging algorithm [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2024, 30(7): 2340-2349.
- [22] 李科林. 基于临界多边形的二维不规则排样问题的研究[D]. 武汉: 华中师范大学, 2019.
- LI K L. research of two dimension irregular layout problem based on no-fit polygon [D]. Wuhan: Central China Normal University, 2019.
- [23] WANG Y L, GU Y J, MIAO J, et al. Research on intelligent nesting algorithm for irregular ship parts based on no-fit-polygon [J]. Applied Ocean Research, 2024, 150: 104108.
- [24] 陈燕, 蒋志一, 胡小春, 等. 基于分段排样的铁芯迭片混合下料优化算法[J]. 锻压技术, 2021, 46(2): 34-39.
- CHEN Y, JIANG ZH Y, HU X CH, et al. Optimization algorithm on mixed blanking of iron core lamination based on segmented layout [J]. Forging & Stamping Technology, 2021, 46(2): 34-39.
- [25] GUO B S, HU J W, WU F H, et al. Automatic layout of 2D free-form shapes based on geometric similarity feature searching and fuzzy matching [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2020, 56: 37-49.

作者简介

陈炜杰(通信作者), 硕士研究生, 主要研究方向为智能控制。

E-mail: 2221905011@smail.fjut.edu.cn

陈炜, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为智能控制与机器视觉技术、基于 PLC 的自动化系统集成。

E-mail: chenwei@fjut.edu.cn

马莹, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为智能控制、通信网。

E-mail: may@fjut.edu.cn