

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2417704

分布式观测器的无人机系统一致性研究<sup>\*</sup>吴伟林<sup>1,2,3</sup> 潘智强<sup>1,3</sup> 林美环<sup>1,3</sup> 黄宏本<sup>2</sup>

(1. 广西民族大学物理与电子信息学院 南宁 530006; 2. 梧州学院大数据与软件工程学院 梧州 543003;

3. 多模态信息智能感知处理与应用广西高校工程研究中心 南宁 530006)

**摘要:** 针对一类同时存在执行器故障和外部扰动的多智能体系统,本文提出了一种基于分布式观测器的一致性控制方法。该方法通过分布式观测器估计系统状态和故障信息,设计一种一致性控制协议,能够在存在执行器故障和外部扰动的条件下估计系统的状态和故障,同时实现系统的容错一致性。首先,基于智能体子系统的输出信息和相邻子系统的状态估计信息,构建了分布式故障观测器,并设计一个新的 Lyapunov 函数,从而得到系统的全局动态稳定误差收敛的充分条件,并证明所设计观测器的增益矩阵能够有效估计系统状态和故障信息。其次,基于故障估计结果,提出了一个基于输出反馈的一致性控制协议,该协议能够有效补偿执行器故障并抑制外部扰动对系统稳定性的影响。最后,通过无人机系统的仿真实验验证所提方法的可行性和有效性,结果表明,所设计的控制方法能够实现系统的快速收敛和容错一致性,具有良好的鲁棒性。

**关键词:** 故障估计观测器;一致性;多智能体系统

**中图分类号:** TN273 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

## Research on consistency of UAV system based on distributed observer

Wu Weilin<sup>1,2,3</sup> Pan Zhiqiang<sup>1,3</sup> Lin Meihuan<sup>1,3</sup> Huang Hongben<sup>2</sup>

(1. College of Physics and Electronic Information, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China;

2. College of Big Data and Software Engineering, Wuzhou University, Wuzhou 543003, China;

3. Guangxi Colleges and Universities Engineering Research Center for Multi-modal Information Intelligent Sensing, Processing and Application, Nanning 530006, China)

**Abstract:** A consensus control method based on distributed observer is proposed for a class of multi-agent systems with actuator faults and external disturbances. This method estimates the state and fault information of the system through a distributed observer, and designs a consensus control protocol, which can estimate the state and fault of the system under the condition of actuator failure and external disturbance, and realize the fault-tolerant consensus of the system. Firstly, based on the output information of the agent subsystem and the state estimation information of the adjacent subsystems, a distributed fault observer is constructed, and a new Lyapunov function is designed to obtain a sufficient condition for the global dynamic stability error convergence of the system. It is proved that the gain matrix of the designed observer can effectively estimate the system state and fault information. Secondly, based on the fault estimation results, a consensus control protocol based on output feedback is proposed, which can effectively compensate for actuator faults and suppress the influence of external disturbances on system stability. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed method are verified by the simulation experiment of the UAV system. The results show that the designed control method can achieve fast convergence and fault-tolerant consistency of the system, and has good robustness.

**Keywords:** fault estimation observer; consensus; multi-agent systems

## 0 引言

近年来,多智能体系统(MAS)的一致性控制问题备受

学术界和工业界的关注<sup>[1-3]</sup>。由于多智能体系统可以通过个体之间的相互协作来完成复杂的任务,因此被广泛应用于多卫星编队<sup>[4-5]</sup>、航天器编队飞行<sup>[6-7]</sup>和多机器人系统<sup>[8-10]</sup>

收稿日期:2024-12-23

<sup>\*</sup> 基金项目:广西科技基地和人才项目(桂科 AD23026199)、广西科技计划项目(桂科 AA23073006-02,桂科 AD23023001)、国家自然科学基金(62241302)、广西民族大学相思湖青年学者创新团队(2023GXUNXSHQN06)、广西机器视觉与智能控制重点实验室(2022B02)项目资助

等领域。然而,实际运行中,执行器故障是不可避免的,一旦执行器发生故障,在理想条件下,执行器在所设计的控制器将不能完全执行。这可能导致整个任务的失败,从而给此类技术的应用带来很大的局限性。

目前,已有多种控制方法被应用于多智能体一致性控制中,包括最优控制<sup>[11]</sup>、自适应控制<sup>[12]</sup>及神经网络控制<sup>[13]</sup>等。其中,基于分布式控制的多智能体一致性问题因其结构简单和对不确定性较强的鲁棒性而受到广泛关注。在多智能体系统的故障估计方面,研究人员也提出了不少方法。文献[14]针对多智能体系统提出了基于观测器的主动容错控制策略,但该方法并未考虑外部扰动的影响,且所设计的故障观测器采用了分散式结构,未能充分利用智能体之间的信息交互特性。在多智能体系统中,智能体之间存在着信息交互,而基于智能体之间的相对状态信息设计的分布式故障观测器能更准确地估计故障。文献[15]针对多智能体系统分别基于全状态信息设计了分布式故障观测器,但是考虑到系统状态维数过高会对系统通讯和计算带来负担,但实际系统往往不满足这一条件,这就导致了这些方法对多智能体一致性控制的研究仍不充分。

多智能体系统能够实现一致性控制的前提是每个智能体都正常工作,但实际情况下,智能体的执行器可能出现故障,从而导致系统性能恶化,因此对出现执行器故障的多智能体系统进行容错一致性控制具有重要意义。针对执行器故障的多智能体一致性控制研究,尽管已有一些研究成果,但仍存在诸多不足。目前已有许多文献对多智能体容错一致性进行了研究;文献[16]采用分布式一致性控制算法解决了存在执行器故障和外部干扰的多智能体一致性问题;文献[17]基于分布式控制采用主动容错控制方式实现多智能体容错一致性;文献[18]提出一种容错协同控制算法解决了多智能体一致性跟踪问题;然而,现有的容错一致性控制方法在复杂动态环境下,往往表现出鲁棒性不足或控制响应缓慢的问题。

在上述研究中,尽管分布式控制对外部干扰和执行器故障展现了良好的鲁棒性,但其在多智能体容错一致性方面的研究仍需深入。现有的容错一致性控制方法在复杂动态环境下,通常表现出鲁棒性不足或控制响应缓慢等问题,这些都限制了其在实际应用中的效果和范围。为此,本文针对同时存在执行器故障和外部干扰的多智能体系统,提出一种基于分布式的一致性控制算法,该方法对线性系统构建了不包含自适应学习率观测器故障估计值式,所提出的分布式故障观测器不仅能估计时变故障,而且具有较强的鲁棒性,其在结构上更为简洁,也更易实现,可使多智能体系统更快实现一致性。本文的其余部分安排如下:在第2节中,给出了一些必要的预备知识。第3节采用基于Lyapunov方法进行稳定性和性能分析,并推导出故障估计观测器和一致性协议的表达式。在第4节中,通过仿真实例来说明所提出的协议的有效性。最后,本文在第5节进

行了总结。

注1:本文所用的记号, $\mathbb{R}^n$ 表示 $n$ 维欧氏空间。 $\mathbb{R}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 矩阵, $\|\cdot\|$ 是2-范数, $\otimes$ 表示Kronecker积, $T$ 上标表示矩阵转置,1表示包含所有元素且矩阵为零的向量。为了简化记号,可能有时会舍弃 $'(t)'$ ,例如, $x$ 表示 $x(t)$ 。如果没有明确指出,则假设矩阵具有适当的维数。

## 1 分布式观测器一致性理论分析

### 1.1 图论基本知识

设图 $G = (\mathcal{V}, \epsilon)$ 通常是由一个节点(或顶点)的集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 和一个边的集合 $\epsilon = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 组成。由两节点 $i \in \mathcal{V}$ 和节点 $j \in \mathcal{V}$ 连接起来即为 $e_{ij} = (i, j)$ ,则称节点 $i$ 和 $j$ 是相邻的, $e_{ij}$ 与这两个节点是相互关联的。在有向图中节点间的连接通常是具有方向性的,如 $i \rightarrow j$ 即为 $(i, j)$ 、 $i \leftarrow j$ 即 $(j, i)$ 或 $i \leftrightarrow j$ 。假如在一个代数图中,节点之间的连接若没有方向性,即 $(i, i) = (j, i)$ ,则称该图为一个无向图。从广义上也可以认为,无向图中两节点间的连接为双向的,可以做为一种有向图的特殊形式存在。若在图 $G$ 中的一个边连接的两点相同,即 $e_{jj} = (j, j)$ ,则称这个边为一个自环。邻接矩阵 $A = a_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 。矩阵 $\mathcal{L} = [\mathcal{L}_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示图 $G$ 的Laplacian矩阵。更多图论的相关知识,例如图的生成树等,读者可以参考图论的相关文献。

### 1.2 无人机数学建模

本文所考虑的多智能体系统由多架无人机组成。在多无人机系统中,无人机均采用Qball-X4建模。因此,以某一无人机为例,对每个转子产生的推力进行建模,每个转子产生的推力可以用下面的一阶方程来描述:

$$F = K_g \frac{\omega}{s + \omega} u \quad (1)$$

其中, $u$ 为作动器输入, $\omega$ 为作动器带宽, $K_g$ 为正增益。

引入一个状态变量 $v$ 来表示其状态空间方程为的执行器动态:

$$v = \frac{\omega}{s + \omega} u \quad (2)$$

$$\dot{v} = -\omega v + \omega u \quad (3)$$

以质心为原点建立机体坐标系,线运动为沿轴线方向的运动,即前进或后退飞行,如图1所示。

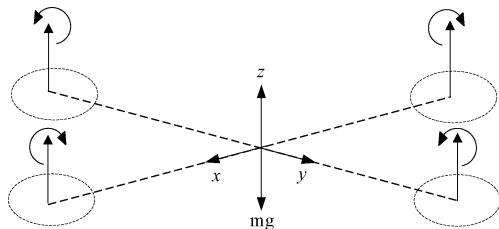


图1 无人机 Qball-X4 结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the structure of the flyer Qball-X4

本文对  $Qball-X4$  沿  $x$  轴方向的线运动进行数学建模。当  $Qball-X4$  沿着  $x$  轴飞行时,假设偏航角为 0,机体受到推力和俯仰角的影响,其在  $x$  轴上的动态模型为:

$$M_g \ddot{X} = 4F \sin(\theta) \quad (4)$$

其中,  $M_g$  表示机体总质量,  $X$  表示  $x$  轴方向的位移,  $F$  表示机体受到的推力,  $\theta$  表示俯仰角。考虑到俯仰角较小时有  $\theta \approx \sin(\theta)$ , 则简化处理后可得到状态空间表达式:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4K_g}{M_g}\theta \\ 0 & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} u \quad (5)$$

选取状态变量为  $x(t) = [X \ \dot{X} \ v]^T$ , 控制输入为  $u(t)$ , 则式(5)可以写成如下的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中的各参数如表 1 所示。

表 1  $Qball-X4$  机体参数值

Table 1  $Qball-X4$  airframe parameter values

参数	值
$K_g$	120 N
$\omega$	15 rad/sec
$M_g$	1.4 kg

## 2 分布式观测器一致性系统描述

考虑一类由领导者和完全相同的  $n$  个跟随者组成的多智能体系统,领导者的动态被描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = Ax_0(t) + Bu_0(t) + Dd_0(t) \\ y_0(t) = Cx_0(t) \end{cases} \quad (7)$$

第  $i$  个跟随智能体系统描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) + Dd_i(t) + Ef_i(t) \\ y_i(t) = Cx_i(t), i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $x(t) \in \mathbb{R}^p$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  分别为系统状态变量,输入变量和输出变量;  $d(t) \in \mathbb{R}^r$  为系统外部扰动;  $f_i(t) \in \mathbb{R}^r$  表示发生在第  $i$  个跟随者的执行器故障函数,为未知的时间函数;  $A, B, D$  是实矩阵,  $C$  和  $E$  为满秩矩阵;  $E$  为已知的故障分布矩阵,表示系统的故障效应。

假设 1:  $\mathcal{G}$  是强连通的,并且是无向结构连接的。

假设 2: 外部扰动有界并满足  $\|d_i(t)\| \leq \alpha$ ,  $\alpha$  是一个已知常数,且满足匹配条件  $D = BH$ ,  $H$  为定常矩阵。

假设 3:  $(A, B)$  是稳定的,  $(A, C)$  是可观测的。

引理 1. (Schur 补引理) 对给定的对称矩阵  $S =$

$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中  $S_{11}$  是  $r \times r$  维的。以下 3 个条件是等价的:

$$(i) S < 0$$

$$(ii) S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0 \quad (9)$$

$$(iii) S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$$

注 2: 在本文中,将重点放在执行器故障上。同时,考虑到实际系统中不可避免地存在外部扰动,并且在系统建模过程中也引入了扰动。因此,本文的结果将更具有一般性。

## 3 主要结论

### 3.1 分布式故障观测器设计

在领导者没有发生故障的情况下,为每个跟随者设计故障观测器。考虑到智能体之间存在信息交换,构造如下的分布式观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + E\hat{f}_i(t) - R\xi_i(t) \\ \hat{y}_i(t) = C\hat{x}_i(t), i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $R$  为待定的观测器增益矩阵,  $\xi_i$  为跟随者的相对输出估计误差,定义为:

$$\xi_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} ((\hat{y}_i(t) - y_i(t)) - (\hat{y}_j(t) - y_j(t))) +$$

$$b_i ((\hat{y}_i(t) - y_i(t)) - (\hat{y}_0(t) - y_0(t))) \quad (11)$$

其中,  $a_{ij}$  和  $b_i$  分别是邻接矩阵的元素;  $\hat{x}_i(t)$  和  $\hat{y}_i(t)$  分别表示  $x_i(t)$  和  $y_i(t)$  的估计。由于领导者是一个编队指令发生器,假定领导者的状态是已知的,即  $\hat{x}_0(t) = x_0(t)$  成立,那么有  $\hat{y}_0(t) = y_0(t)$  成立。

令  $e_{xi} = \hat{x}_i(t) - x_i(t)$  表示第  $i$  个跟随的状态估计误差,  $e_{fi} = \hat{f}_i(t) - f_i(t)$  表示故障估计误差。

根据式(7)和(10),第  $i$  个跟随的状态估计误差方程为:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{xi} &= \dot{\hat{x}}_i(t) - \dot{x}_i(t) = Ae_{xi} + Ee_{fi} - R\xi_i - Dd_i(t) = \\ &Ae_{xi} + Ee_{fi} - Dd_i(t) - R(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (Ce_{xi} - Ce_{xj}) + b_i Ce_{xi}) \end{aligned} \quad (12)$$

利用相对输出估计误差,设计了分布式故障估计算法:

$$\dot{\hat{f}}_i(t) = -F\xi_i(t) \quad (13)$$

其中,  $\hat{f}_i(t)$  是  $f_i(t)$  的估计值,  $F \in \mathbb{R}^{r \times p}$  是待设计的参数矩阵。由此推导出故障估计误差方程:

$$\dot{\tilde{e}}_i = \dot{\hat{f}}_i(t) - \dot{f}_i(t) = -F\xi_i(t) - \dot{f}_i(t) \quad (14)$$

基于等式(12)和(14),增广误差系统被构造为:

$$\dot{\tilde{e}}_i(t) = \tilde{A}\tilde{e}_i - \tilde{R}\xi_i - \tilde{D}z_i \quad (15)$$

其中,  $\tilde{e}_i = \begin{bmatrix} e_{xi} \\ e_{fi} \end{bmatrix}$ ,  $z_i = \begin{bmatrix} d_i(t) \\ \dot{f}_i(t) \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{R} =$

$$\begin{bmatrix} R \\ F \end{bmatrix}, \tilde{C} = [C \ 0], \tilde{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

定义:  $\tilde{e} = [\tilde{e}_1^T, \dots, \tilde{e}_n^T]^T, \tilde{z} = [\tilde{z}_1^T, \dots, \tilde{z}_n^T]^T$ , 那么, 可以得到全局估计误差系统为:

$$\dot{\tilde{e}} = (I_n \otimes \tilde{A} - (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes (\tilde{R}\tilde{C}))\tilde{e} - (I_n \otimes \tilde{D})\tilde{z} \quad (16)$$

综上, 通过分布式故障估计观测器可得到了全局估计误差系统。

定理 1: 在假设 1~3 成立的前提下, 考虑具有分布式故障估计观测器式(10)的多智能体系统式(7)和(8), 对于给定的标量, 如果存在一个正定矩阵  $Q$ 、矩阵  $S$  和正的常数  $\gamma$  满足:

$$\begin{bmatrix} \Phi & -I_n \otimes Q\tilde{D} & I \\ * & -\gamma I & 0 \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

其中,  $\Phi = I_n \otimes (Q\tilde{A} + \tilde{A}^T Q) - (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes \tilde{S} - (\tilde{L} + \tilde{B})^T \otimes (\tilde{C}^T \tilde{S}^T)$  及  $S = Q\tilde{R}$ , 则观测器式(10)可使得状态估计误差  $e_x$  和故障估计误差  $e_f$  收敛到零。即全局估计误差系统式(16)是渐进稳定的。

证明: 考虑如下 Lyapunov 函数

$$\tilde{V} = \tilde{e}^T (I_n \otimes Q) \tilde{e} \quad (18)$$

对其进行求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{V}} &= 2\tilde{e}^T (I_n \otimes Q) (I_n \otimes \tilde{A} - (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes \tilde{R}\tilde{C})\tilde{e} - \\ & (I_n \otimes \tilde{D})\tilde{z} = \tilde{e}^T (I_n \otimes (Q\tilde{A} + \tilde{A}^T Q) - (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes Q\tilde{R}\tilde{C} - \\ & (\tilde{L} + \tilde{B})^T \otimes (\tilde{C}^T \tilde{R}^T Q))\tilde{e} - 2\tilde{e}^T (I_n \otimes Q\tilde{D})\tilde{z} = \tilde{e}^T \Phi \tilde{e} - \\ & 2\tilde{e}^T (I_n \otimes Q\tilde{D})\tilde{z} \end{aligned} \quad (19)$$

根据引理 1, 若不等式(13)成立, 从而有  $\Phi < 0$ 。因此

$\dot{\tilde{V}} < 0$ , 从而全局误差估计系统(12)是渐近稳定的。

定义:

$$J = \int_0^T \frac{1}{\gamma} \tilde{e}^T \tilde{e} - \gamma \tilde{z}^T \tilde{z} dt \quad (20)$$

在零初始条件下, 可以得出:

$$J \leq \int_0^T \xi^T \Xi \xi dt \quad (21)$$

$$\text{其中, } \Xi = \begin{bmatrix} \Phi + \frac{1}{\gamma} I & -I_n \otimes Q\tilde{D} \\ * & -\gamma I \end{bmatrix}, \xi = \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{z} \end{bmatrix}$$

根据不等式(13)和引理 1, 可以推导出不等式  $\Xi < 0$  成立。因此可以得出  $\|\tilde{e}\| < \gamma \|\tilde{z}\|$ , 即状态估计误差  $e_x$  和故障估计误差  $e_f$  能够收敛到零, 从而证明了全局估计误差系统式(16)是渐近稳定的。

注 3: 根据式(13), 可得故障的估计为:

$$\hat{f}_i(t) = -F \int_{t_f}^t \xi_i(\tau) d\tau \quad (22)$$

其中,  $t_f$  是故障估计模块被激活的时间。如果自适应学习率的选择不当会对系统估计性能产生不良的影响, 甚至会降低系统的鲁棒性。而本文所设计观测器故障估计值

式(22)不包含自适应学习率。故本文所提出的故障观测器不仅能估计时变故障, 而且具有较强的鲁棒性。

### 3.2 一致性控制器设计

为了保证存在执行器故障和外部扰动的多智能体系统的一致性, 提出了控制协议。定义  $i$ th 跟随者的相对输出信息为:

$$v_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_i(t) - y_j(t)) + b_i (y_i(t) - y_0(t)) \quad (23)$$

在假设 3 下, 存在一个矩阵  $B^*$  满足  $BB^*E = B$ 。基于相对输出信息和故障估计式(22), 对  $i$ th 跟随者提出了跟随控制协议:

$$u_i(t) = Kv_i - B^* E \hat{f}_i(t) - \lambda \operatorname{sgn}(Kv_i) \quad (24)$$

其中,  $K$  是反馈增益矩阵,  $\lambda$  是一个正参数,  $\hat{f}_i(t)$  是故障估计。

注 4: 考虑到要降低多智能体系统的通信负担, 采用较低维度的输出信息设计控制协议更为合理。

将式(24)代入式(8)得:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + BKv_i - BB^* E \hat{f}_i(t) + Ef_i(t) + \\ Dd_i(t) - \lambda B \operatorname{sgn}(Kv_i) &= Ax_i(t) + BKv_i - Ee_{fi} + \\ Dd_i(t) - \lambda B \operatorname{sgn}(Kv_i) \end{aligned} \quad (25)$$

定义跟踪误差  $e_i = x_i(t) - x_0(t)$  和扰动变量  $\bar{d}_i(t) = d_i(t) - d_0(t)$ 。显然, 如果  $e_i = 0$ , 则一致性成立。由式(7)和(25), 闭环动态方程可写为:

$$\dot{e}_i = Ae_i + BKv_i - Ee_{fi} - Bu_0(t) + D\bar{d}_i(t) - \lambda \operatorname{sgn}(Kv_i) \quad (26)$$

定义  $e = [e_1^T, \dots, e_n^T]^T$  和  $\bar{d} = \operatorname{diag}\{d_1(t) - d_0(t), \dots, d_n(t) - d_0(t)\}$ 。则式(26)可得:

$$\dot{e} = (I_n \otimes A + (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes BK)e - Ee_f - (1 \otimes B)u_0(t) + (I_n \otimes D)\bar{d} + \lambda (I_n \otimes B) \operatorname{sgn}((\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes KC)e \quad (27)$$

根据定理 1 可知故障估计误差  $e_f$  是渐近稳定的。那么, 如果能保证式(28)所示的闭环跟踪误差系统渐近稳定, 跟踪误差  $e$  能渐近收敛到零。

$$\dot{e} = (I_n \otimes A + (\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes BK)e - (1 \otimes B)u_0(t) + (I_n \otimes D)\bar{d} + \lambda (I_n \otimes B) \operatorname{sgn}((\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes KC)e \quad (28)$$

定理 2: 设定理 1 中的式(17)成立, 且假设 1~3 成立。考虑控制策略式(24)作用下的多智能体系统式(7)和式(8), 如果存在正定矩阵  $P$ , 矩阵  $K$  和参数  $\lambda$  满足:

$$KC = -B^T P \quad (29)$$

$$2\beta + 4\alpha \|H\| - 2\lambda \leq 0 \quad (30)$$

$$(\tilde{L} + \tilde{B}) \otimes (PA + A^T P) - (\tilde{L} + \tilde{B})^2 \otimes (PBB^T P) < 0 \quad (31)$$

则式(28)所示闭环跟踪系统是渐近稳定的, 跟踪误差  $e$  能渐近收敛到零, 因此多智能体系统式(7)和式(8)能够实现一致性控制。



证明:考虑如下的 Lyapunov 函数

$$\dot{V}_e = e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)e \quad (32)$$

对  $V_e$  进行求导,可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= 2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)\dot{e} = 2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)(I_n \otimes A + (\bar{L} + \bar{B}) \otimes BKC)e + 2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)(I_n \otimes D)\bar{d} - \\ &2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes PB)(1 \otimes u_0(t)) - 2e^T\lambda((\bar{L} + \bar{B}) \otimes PB)\text{sgn}((\bar{L} + \bar{B}) \otimes KC)e \end{aligned} \quad (33)$$

根据式(29),可以推导出以下方程:

$$\begin{aligned} &2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)(I_n \otimes A + (\bar{L} + \bar{B}) \otimes BKC)e = \\ &e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes (PA + A^T P) - ((\bar{L} + \bar{B})^2 \otimes (PBB^T P)))e \end{aligned} \quad (34)$$

利用  $x^T \text{sgn}(x) = \|x\|_1$ , 可得:

$$\begin{aligned} &-2e^T\lambda((\bar{L} + \bar{B}) \otimes PB)\text{sgn}((\bar{L} + \bar{B}) \otimes KC)e = \\ &-\sum_{i=1}^n 2\lambda \|KC \sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_i - e_j)\|_1 \end{aligned} \quad (35)$$

假设  $\|u_0(t)\| \leq \beta$  和  $D = BH$  成立,则有:

$$\begin{aligned} &2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes P)(I_n \otimes D)\bar{d} - 2e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes PB)(1 \otimes u_0(t)) \leq \\ &\sum_{i=1}^n 4\alpha \|H\| \|KC \sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_i - e_j)\| + \sum_{i=1}^n 2\beta \|KC \sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_i - e_j)\| \end{aligned} \quad (36)$$

从式(33)~(36),可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes (PA + A^T P) - (\bar{L} + \bar{B})^2 \otimes (PBB^T P))e + (2\beta + 4\alpha \|H\| - 2\lambda) \|KC \sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_i - e_j)\| \end{aligned} \quad (37)$$

如果  $2\beta + 4\alpha \|H\| - 2\lambda \leq 0$  成立,则式(33)可以转化为:

$$\dot{V}_e \leq e^T((\bar{L} + \bar{B}) \otimes (PA + A^T P) - (\bar{L} + \bar{B})^2 \otimes (PBB^T P))e \quad (38)$$

当式(31)成立时,有  $\dot{V}_e < 0$ , 这意味着可以实现多智能体系统的一致性。至此,证明完毕。

注 5:从整体上可以看出,故障估计观测器和控制器是分开设计的,同时又考虑了它们的性能。这使得本文所提方法很容易设计控制协议。

## 4 仿真结果

无人飞行器 *Qball-X4*, 一种四旋翼飞行器,用作被控对象。*Qball-X4* 装有数据采集卡和无线嵌入式处理器,接收到控制站的程序,然后执行一系列动作。

控制站,包括一台主控计算机和无线路由器,及仿真软件 MATLAB/SIMULINK 版本是 R2024a。*Qball-X4* 的位置信息通过无线网络传送给控制站,然后进行实时分析及控制。

选择 *Qball-X4* 无人飞行器为研究对象,考虑一个包

含 4 个跟随者和 1 个领导者的多飞行器系统,其中领导者标记为 0,跟随者标记为  $i(i = 1, 2, 3, 4)$ 。假设在  $x$  轴位置控制阶段,俯仰角定为  $\theta = 0.025\text{rad}$ ,领导者飞行器的运动学方程式(7)所示,考虑执行器故障、外部扰动,则第  $i$  个跟随者飞行器的运动学方程式(8)所示。其中,  $x(t) = [X \ \dot{X} \ v]^T$ ,  $X$  表示  $x$  轴方向的线速度,  $v$  表示执行器动态。 $u(t)$  为控制输入,  $d(t)$  为外部扰动,  $f_i(t)$  为第  $i$  个跟随者飞行器的执行器故障函数。结合表 1 所示 *Qball-X4* 无人飞行器的参数值计算矩阵  $A, B, C$  的值,故障分布矩阵  $E = B, D$  为外部扰动分布矩阵。结合表 1 所示 *Qball-X4* 无人飞行器的参数值计算各参数矩阵的值,可得,对于每一个飞行器系统,系统矩阵为:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & -15 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0], \\ D &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

五架飞机的通信拓扑以无向图的形式给出,如图 2 所示,从图中可以很容易地知道拉普拉斯矩阵和邻接矩阵为:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{B} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

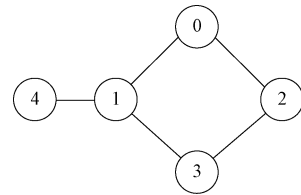


图 2 通信拓扑图

Fig. 2 Communication topology

对于上述系统,外部扰动  $d(t)$  为  $[0, 1]$  上的随机干扰。进一步,假设时变故障和常数执行器故障分别发生在跟随者 1 和跟随者 3 中,具体描述为:

$$\begin{aligned} f_1 &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 20 \text{ s} \\ 2, & 20 \text{ s} \leq t \leq 70 \text{ s} \end{cases} \\ f_3 &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 20 \text{ s} \\ 2\sin(0.25(t - 20)), & 20 \text{ s} \leq t \leq 70 \text{ s} \end{cases} \end{aligned}$$

在仿真过程中,仿真采样周期为  $T_s = 0.01 \text{ s}$ ,每架飞行器的初始状态量  $x_i(t) = [0.1, 0.1, 0.1]^T$ ,参考输入向量  $u_i(t) = 0.5$ 。

通过求解定理 1 中的式(17), 得到观测器增益矩阵:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 10.265 & 8 \\ 156.259 & 7 \\ -129.026 & 9 \\ -86.265 & 3 \end{bmatrix}$$

基于上述所推导的观测器增益矩阵, 利用所提出的分布式故障估计观测器对故障及其估计值进行描述, 如图 3 和 4 所示。从这些图中可以清楚地看到, 跟随者 1 中的时变故障和跟随者 3 中的突变常数故障都可以被有效地估计出来。图 3 为第 1 架飞行器的故障估计曲线, 可以看出, 故障估计曲线 3 s 就能实现对故障信息的完全估计, 观测器能够快速实现对常值故障的准确估计。图 4 为第 3 架飞行器的故障估计曲线。当时变故障发生时, 观测器几乎能完全估计实际故障信息。故本文所设计的故障观测器可以有效地实现对突变常值故障和时变故障的在线估计。并且, 图 5 中的仿真结果表明, 本文的方法可以很好的估计出系统状态, 系统的真实状态和估计结果如图 5 所示。其中实线代表智能体 1 的真实状态, 虚线是它的估计值。可知, 当系统存在外部扰动时, 本文提出的观测器能够很好地估计系统的状态, 具有良好的鲁棒性能。类似地, 关于智能 2, 3 和 4 的状态曲线和它们的估计曲线也可以被描绘, 但由于篇幅有限, 在这里将它们省略。

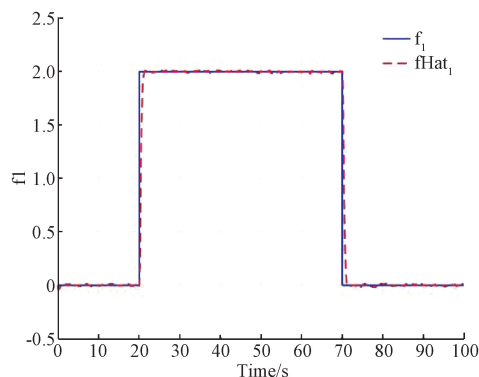


图 3  $f_1$  故障估计值

Fig. 3  $f_1$  fault estimation

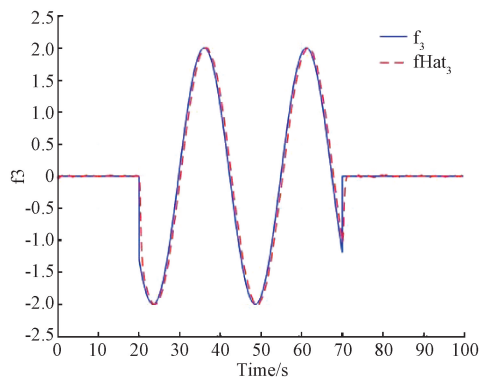
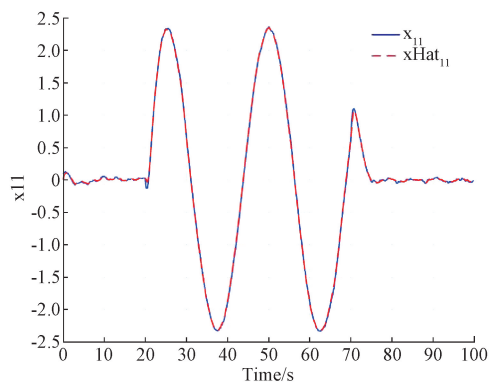


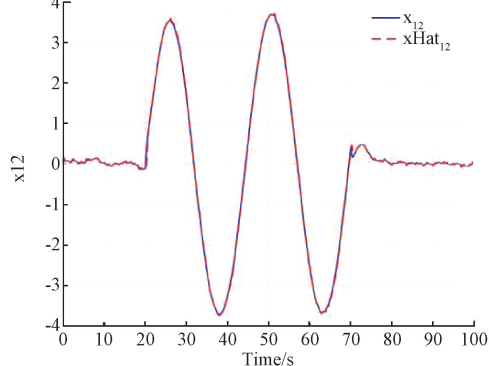
图 4  $f_3$  故障估计值

Fig. 4  $f_3$  fault estimation



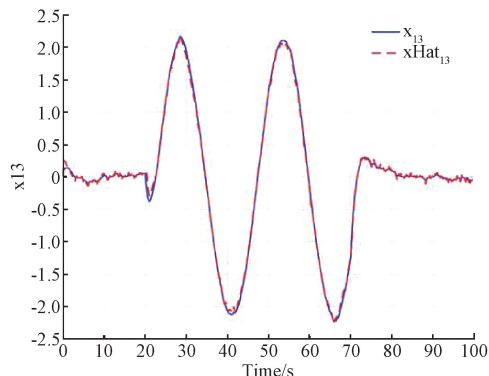
(a) 智能体1的状态分量 $x_1$ 及其估计

(a) The state  $x_1$  of agent 1 and its estimation



(b) 智能体1的状态分量 $x_2$ 及其估计

(b) The state  $x_2$  of agent 1 and its estimation



(c) 智能体1的状态分量 $x_3$ 及其估计

(c) The state  $x_3$  of agent 1 and its estimation

图 5 智能体 1 的状态及其估计

Fig. 5 The state and its estimation of agent 1

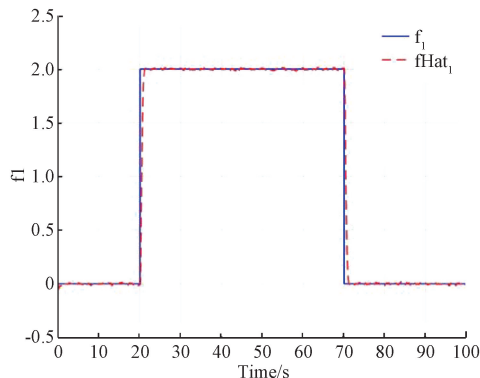
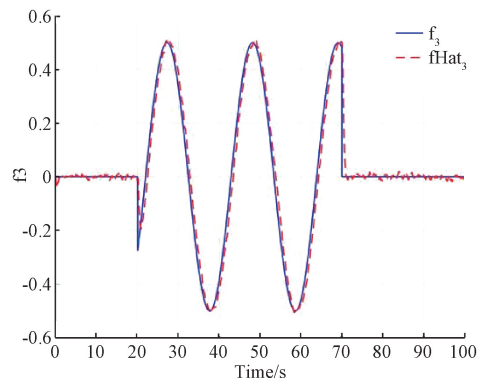
同样地, 对于上述系统, 外部扰动  $d(t)$  为  $2e^{-2t}\bar{d}(t)$ , 其中  $\bar{d}(t)$  表示  $[0, 1]$  上的随机干扰。进一步, 假设时变故障和常数执行器故障分别发生在跟随者 1 和跟随者 3 中, 具体描述如下:

$$f_1 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 20 \text{ s} \\ 2, & 20 \text{ s} \leq t \leq 70 \text{ s} \end{cases}$$

$$f_3 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 20 \text{ s} \\ 0.5\sin(0.3(t-1)), & 20 \text{ s} \leq t \leq 70 \text{ s} \end{cases}$$

类似地, 如图 6 和 7 所示, 实线为故障曲线, 虚线为其

估计曲线。从这些图中可以清楚地看到,在不同的随机扰动下,时变故障和突变常数故障也都可以被有效地估计出来。并且图 8 中的仿真结果表明,本文的方法同时也可以很好的估计出系统状态。

图 6  $f_1$  故障估计值Fig. 6  $f_1$  fault estimation图 7  $f_3$  故障估计值Fig. 7  $f_3$  fault estimation

定义  $\mathbf{x}_i(t) = [X \quad \dot{X} \quad v]^T$ , 其中,  $X$  表示  $x$  轴方向的位移,  $\dot{X}$  表示  $x$  轴方向的线速度。领导者控制输入  $u_i(t) = \sin(t)$ , 每个飞行器系统的初始状态值给出为:

$$\mathbf{x}_0(t) = [0.235, 1.527, 0.378]^T$$

$$\mathbf{x}_1(t) = [1.626, -0.452, -0.214]^T$$

$$\mathbf{x}_2(t) = [0.765, 1.652, 0.983]^T$$

$$\mathbf{x}_3(t) = [0.385, 1.887, 0.365]^T$$

$$\mathbf{x}_4(t) = [0.752, 3.586, -1.597]^T$$

当假设 2 和假设 3 成立时,可以得到  $\|H\| = 0.0598$ 。外部扰动  $d(t)$  选择为  $[0, 1]$  上的随机干扰,同时外部扰动  $d_i(t)$  和控制输入  $u_0(t)$  的上界分别选为  $\alpha = 0.5, \beta = 2$ 。根据定理 2,选择  $\lambda = 2.6$  满足条件式(30)。根据式(29)和式(31),有反馈增益  $K$  和  $B^*$  得:

$$K = 7.2694$$

$$B^* = [0 \quad 0 \quad 0.1864]$$

由  $\mathbf{x}_i(t) = [X \quad \dot{X} \quad v]^T$ , 定义第  $i$  个飞行器的跟踪

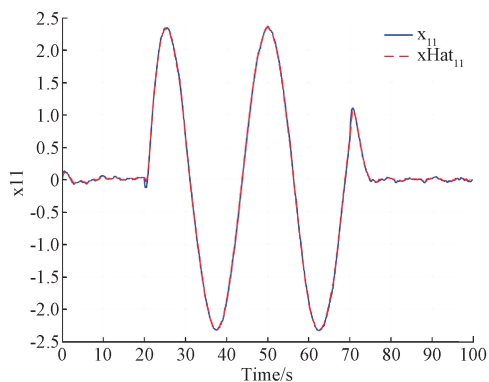
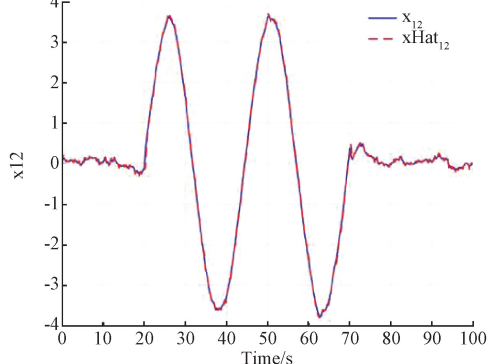
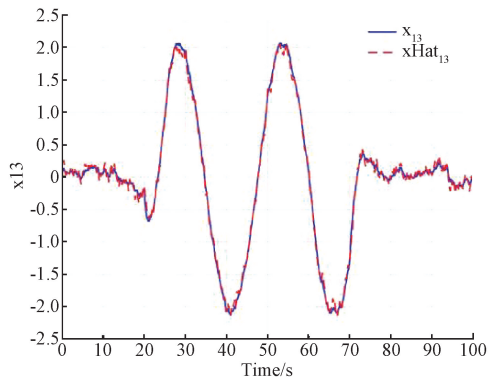
(a) 智能体1的状态分量 $x_1$ 及其估计(a) The state  $x_1$  of agent 1 and its estimation(b) 智能体1的状态分量 $x_2$ 及其估计(b) The state  $x_2$  of agent 1 and its estimation(c) 智能体1的状态分量 $x_3$ 及其估计(c) The state  $x_3$  of agent 1 and its estimation

图 8 智能体 1 的状态及其估计

Fig. 8 The state and its estimation of agent 1

误差为  $e_{xi} = x_i(t) - x_0(t)$ 。 $e_{xi}$  的第 1 个分量为  $x$  轴方向的位置跟踪误差,记为  $e_{xi1}$ ;第 2 个分量为  $x$  轴方向的线速度跟踪误差,记为  $e_{xi2}$ 。

图 9 为本文所设计的一致性控制策略下的位置跟踪误差  $e_{xi1}$  随着时间的演化曲线,图 10 为速度跟踪误差  $e_{xi2}$  随着时间的演化曲线。

从图 9 和图 10 可以清楚地看到,不存在执行器故障的第 2 架和第 4 架飞行器的跟踪误差能快速收敛到零,尽管第 3 架飞行器在初始阶段出现常值故障,跟踪误差也能收敛到零。第 1 架飞行器在出现时变故障后,跟踪误差也能

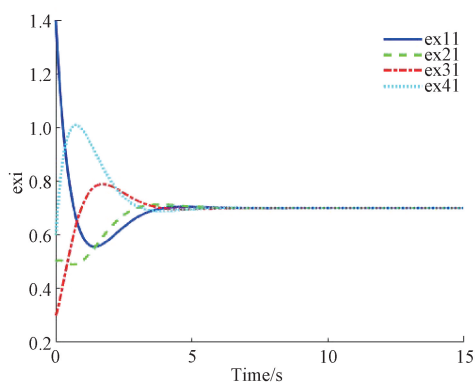


图9 位置跟踪误差

Fig. 9 Position tracking error

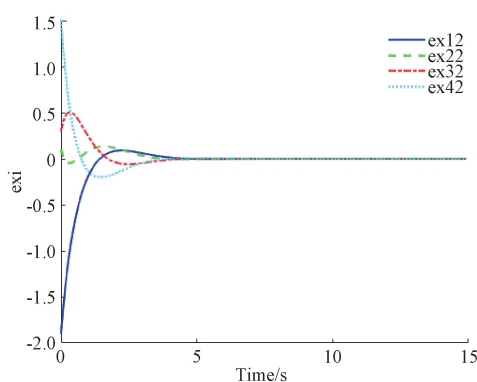


图10 速度跟踪误差

Fig. 10 Speed tracking error

保持在一定的小范围内,最终收敛到零。

## 5 结 论

本文研究了具有执行器故障和外部干扰的领导-跟随多智能体系统的一致性控制问题。首先,基于相对输出信息提出了一种分布式故障观测器,证明了全局估计误差系统的稳定性。然后,在故障估计的基础上,提出了一种输出反馈容错一致性控制策略,并给出了多智能体系统实现容错一致性的充分条件。最后,建立了多飞行器系统的数学模型,并分别对所设计的故障观测器和容错一致性控制策略进行了仿真验证。结果表明,本文所设计的故障观测器对常值和时变型执行器故障都能快速准确地估计,控制策略能够有效的处理执行器故障,且对外部扰动具有良好的鲁棒性。而在未来的工作中,将考虑具有有向通信拓扑的多智能体系统的容错一致性问题。

## 参考文献

[1] WEI Q, WANG X, ZHONG X, et al. Consensus control of leader-following multi-agent systems in directed topology with heterogeneous disturbances[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(2): 423-431.

[2] 王君,焦远.不确定通信拓扑多智能体一致性容错控制问题研究[J].兵工自动化,2023,42(3):31-38.  
WANG J, JIAO Y. Consensus fault-tolerant control problem for multi-agent systems with uncertain communication topology [J]. Army Automation, 2023,42(3):31-38.

[3] DAI Y, LEE S G. The leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2012, 10(2):350-361.

[4] 刘金魁,郭健,周川,等.基于APSO的微纳卫星编队轨迹规划方法[J].控制工程,2024,31(3):457-462.  
LIU J K, GUO J, ZHOU CH, et al. Micro-nano satellite formation trajectory planning method based on APSO [J]. Control Engineering, 2024, 31(3): 457-462.

[5] 郭丁昊,王长青,朱紫彤,等.多卫星星座对时变重力场反演精度和时空分辨率影响的模拟研究[J].地球物理学报,2024,67(6):2125-2140.  
GUO D H, WANG CH Q, ZHU Z T, et al. Simulation study on the influence of multi-satellite constellation on the accuracy and spatial-temporal resolution of time-varying gravity field inversion[J]. Geophysical Journal, 2024,67(6):2125-2140.

[6] 蔡军,潘锡山.基于自适应迭代学习的多智能体系统编队控制[J].电子测量与仪器学报,2024,38(4):76-84.  
CAI J, PAN X H. Formation control of multi-agent systems based on adaptive iterative learning [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024,38(4):76-84.

[7] 陈丹鹤,何敬源,刘幸川,等.航天器编队飞行相对运动轨迹优化方法综述[J].宇航学报,2024,45(3):325-340.  
CHEN D H, HE J Y, LIU X CH, et al. A review of relative motion trajectory optimization methods for spacecraft formation flying[J]. Journal of Aerospace Sciences, 2024,45(3):325-340.

[8] 伍锡如,杨子儒.基于分布式参考校正的多机器人编队控制[J].电子测量技术,2024,47(10):93-100.  
WU X R, YANG Z R. Multi-robot formation control based on distributed reference correction [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(10): 93-100.

[9] 谷依田,张涛,张亮,等.面向多无人车的目标点分配和协同路径规划算法[J].仪器仪表学报,2024,45(3):263-274.  
GU Y T, ZHANG T, ZHANG L, et al. Target point assignment and cooperative path planning algorithm for



- multiple unmanned vehicles [J]. Journal of Instrumentation, 2024, 45(3): 263-274.
- [10] 王慧琴, 苗国英, 孙英博. 基于多智能体强化学习值分解的优化算法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(7): 73-79.  
WANG H Q, MIAO G Y, SUN Y B. An optimization algorithm based on multi-agent reinforcement learning value decomposition [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(7): 73-79.
- [11] FARHADI A, REDMON J. YOLOv3: An incremental improvement[C]. Computer Vision and Pattern Recognition. Berlin/Heidelberg, Germany: Springer, 2018, 1804: 1-6.
- [12] 王俊凯, 张晓宇, 柳向斌, 等. 扰动信息未知的永磁同步电机自适应滑模控制[J]. 电子测量技术, 2025, 48(1): 76-83.  
WANG J K, ZHANG X Y, LIU X B, et al. Adaptive sliding mode control of permanent magnet synchronous motor with unknown disturbance information [J]. Electronic Measurement Technology, 2025, 48(1): 76-83.
- [13] RABAHI Z, DAOUDI I, CHEMACHEMA M. Neural network-based output-feedback adaptive control for a class of uncertain strict feedback fractional-order nonlinear systems subject to input saturation [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2024(5): 38.
- [14] CHEN G, SONG Y D. Robust fault-tolerant cooperative control of multi-agent systems: A constructive design method[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(10): 4045-4066.
- [15] ZHANG K, JIANG B, COCQUEMPOT V. Adaptive technique-based distributed fault estimation observer design for multi-agent systems with directed graphs[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(18): 2619-2625.
- [16] ZHAO L, JIA Y. Neural network-based adaptive consensus tracking control for multi-agent systems under actuator faults [J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(8): 1931-1942.
- [17] HUA C, ZHANG L, GUAN X. Distributed adaptive neural network output tracking of leader-following high-order stochastic nonlinear multiagent systems with unknown dead-zone input[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 47(1): 177-185.
- [18] LI J. Distributed cooperative tracking of multi-agent systems with actuator faults[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2015, 37(9): 1041-1048.

## 作者简介

吴伟林, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制、切换系统及控制器设计。

E-mail: wuweilin@gxmzu.edu.cn

潘智强(通信作者), 硕士研究生, 主要研究方向为多智能体、故障检测。

E-mail: 404337959@qq.com

林美环, 硕士研究生, 主要研究方向为多智能体、协同控制。

E-mail: 2689957015@qq.com

黄宏本, 副教授, 主要研究方向为机器学习、数据挖掘。

E-mail: hhb@gxuwz.edu.cn