

基于预定义时间的四旋翼无人机轨迹跟踪控制^{*}

祁瑞敏 张国栋

(新疆理工学院信息工程学院 阿克苏 843100)

摘要: 针对四旋翼无人机的轨迹跟踪问题,为抑制模型不确定性和未知外部扰动对系统稳定性的影响,本文提出了一种基于预定义时间的指令滤波器反步控制策略。首先,设计了预定义时间扰动观测器,对系统的不确定性和未知外部扰动进行实时、精确的估计。其次,为了有效缓解反步控制策略中的“微分爆炸”问题,设计了预定义时间指令滤波器。在此基础上,基于反步法进一步设计了位置和姿态控制器,提升了系统的控制精度和响应速度。最后,通过李雅普诺夫理论验证了所提控制策略的稳定性,并通过仿真实验验证了该策略的有效性和鲁棒性。

关键词: 预定义时间;四旋翼无人机;滤波器;反步控制

中图分类号: TP273; TN0 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Trajectory tracking control of quadrotor UAV based on predefined time

Qi Ruimin Zhang Guodong

(School of Information Engineering, Xinjiang Institute of Technology, Aksu 843100, China)

Abstract: Addressing the trajectory tracking problem of a quadrotor UAV, a command filter backstepping control strategy based on predefined time is proposed to mitigate the impact of model uncertainties and unknown external disturbances on system stability. Firstly, a predefined-time disturbance observer is designed to accurately estimate the system uncertainties and unknown external disturbances in real-time. Secondly, to effectively alleviate the "differential explosion" issue in the backstepping control strategy, a predefined-time command filter is designed. Based on this, position and attitude controllers are further designed using the backstepping method, enhancing the system's control accuracy and response speed. Finally, the Lyapunov theory is employed to verify the stability of the proposed control strategy. Simulation experiments validate the effectiveness and superiority of the proposed control strategy.

Keywords: predefined time; quadrotor UAV; filter; backstepping control

0 引言

四旋翼无人机凭借其结构简单以及操作的灵活性特征,在航空摄影^[1]、电力线路巡检^[2]以及紧急救援^[3]等多个应用领域展现出巨大的应用前景,因此吸引了学术界和工业界的密切关注。作为一种典型的欠驱动且高度耦合的动力学系统,四旋翼无人机对外部环境因素,特别是风力扰动等外部干扰,表现出高度的敏感性。这导致在飞行作业过程中,飞行稳定性受到显著影响,成为当前研究亟待解决的关键问题^[4]。

近年来,国内外学者针对四旋翼无人机的飞行控制问题开展了广泛且深入的研究,探索并发展了多种先进控制策略,包括比例-积分-微分控制^[5]、滑模控制^[6]、反步控制^[7]、自抗扰控制^[8]以及预设性能控制^[9]等。这些控制策

略有效提升了四旋翼无人机的飞行稳定性与抗干扰能力。例如,文献[10]基于反步和滑模算法实现了四旋翼无人机的姿态以及轨迹跟踪控制。值得注意的是,传统反步设计策略在推导虚拟控制信号时,常需进行多次微分运算,这往往导致所谓的“微分爆炸”问题,从而增加了四旋翼飞行器控制算法的复杂性。针对此问题,文献[11]提出了一种采用一阶滤波器的方法来有效缓解“微分爆炸”现象,并据此发展了自适应动态面控制算法。

为了更有效地应对四旋翼无人机系统中存在的模型不确定性以及未知外部干扰问题,观测器技术已被应用于四旋翼无人机抗干扰的设计架构之中。这些技术涵盖了滤波器、扰动估计器以及状态观测器等。文献[12]在基于反步控制方法的框架下,引入了线性扩张状态观测器对系统中的扰动项进行精确估计与实时补偿,有效地解决了系统中

未知项所带来的影响,提升了系统的抗干扰性能。文献[13]则提出了一种基于滤波器反步法的自适应轨迹跟踪控制方案,通过调整控制参数,确保了位置和姿态跟踪误差能够收敛到原点附近的邻域内。

随着研究的不断深入,有限时间控制算法和固定时间控制算法被相继引入四旋翼飞行器控制领域。有限时间控制算法能够确保在有限时间内准确跟踪预设输入信号,而固定时间控制算法则在时间有界性上有所提升,且收敛速度更快。文献[14]在四旋翼飞行器控制中引入了有限时间控制算法。而文献[15]则进一步提出了固定时间控制算法。文献[16]在考虑输入饱和约束的条件下,提出了自适应固定时间滑模控制策略,以确保误差系统能够在固定时间内收敛至原点的一个微小邻域内。然而,具体固定时间的收敛时间无法直接通过参数显式表达。为了克服这一局限,预定义时间控制算法被提出,相较于固定时间控制算法,预定义时间算法允许通过特定参数对受控对象的收敛时间进行显式表征。

在此基础上,针对四旋翼无人机控制系统中存在的确定性及外部扰动问题,将不确定性及外部扰动视为集总扰动,本文提出了一种预定义时间反步控制策略。本文的工作包括以下几个方面:

1)观测器设计:设计一种预定义时间观测器架构,旨在实时、精确地估计系统的不确定性因素与外部扰动。与文献[17]和[18]相比,本文提出的预定义时间观测器设计不再需要假设干扰导数的上界。

2)指令滤波器设计:为解决传统反步控制方法中可能出现的“微分爆炸”问题,本文设计了一种预定义时间指令滤波器。该滤波器能够有效平滑控制指令,避免控制过程中的数值突变现象。与文献[11]相比,本文设计的预定义时间指令滤波器不仅避免了奇异性问题,还显著降低了计算复杂度。

3)反步位置与姿态控制器设计:为了实现精确且快速的预定义时间控制,本文进一步构建了一种预定义时间反步控制器,该控制器作用于四旋翼无人机的位置与姿态控制回路,确保系统能够在预定的时间框架内达到期望的稳定状态。

1 四旋翼无人机建模

四旋翼无人机数学模型的构建主要依赖于惯性坐标系与机体坐标系之间的转换关系,如图1所示。实现从机体坐标系到惯性坐标系的旋转变换,需借助旋转变换矩阵 $\mathbf{R}$,该矩阵表示两个坐标系之间的定向映射。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\varphi)c(\psi)s(\theta) - c\varphi s(\psi) & s(\theta)c(\psi)c(\varphi) + s\varphi s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\varphi)s(\psi)s(\theta) - c\varphi c(\psi) & s(\theta)s(\psi)c(\varphi) - s\varphi c(\psi) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\varphi) & c(\theta)c(\varphi) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $c(\cdot)$ 和 $s(\cdot)$ 表示 $\cos(\cdot)$ 和 $\sin(\cdot)$ 。 φ 、 θ 和 ψ 分

别表示四旋翼无人机的横滚角、俯仰角和偏航角。

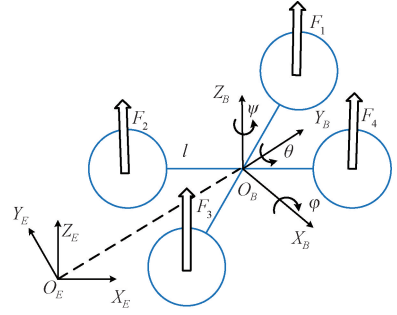


图1 惯性坐标系与机体坐标系结构示意图

Fig.1 Schematic structure of an inertial coordinate system and body coordinate system

为了建立准确的四旋翼无人机动力学模型和后续控制器设计,采用以下假设^[4]和引理:

假设1)四旋翼无人机视为刚体,结构严格对称,机体的几何中心就是机体坐标系原点;

假设2)四旋翼无人机收到的地心引力不会随着机体的运动而产生变化;

假设3)四旋翼无人机的姿态角有界,即 $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, $-\pi < \psi < \pi$ 。

引理1)^[19]定义连续 Lyapunov 函数 $V(x)$,对于任意正常数 $0 < \delta < 1$ 和预定义时间常数 T ,满足以下不等式:

$$\dot{V} \leq -\frac{\pi}{\delta T} (V^{1-\delta/2} + V^{1+\delta/2}) \quad (2)$$

则系统在预定义时间稳定。

引理2)^[20]定义连续 Lyapunov 函数 $V(x)$,对于任意正常数 $0 < \delta < 1$,满足以下不等式:

$$\dot{V} \leq -\frac{\pi}{\delta T} (V^{1-\delta/2} + V^{1+\delta/2}) + \sigma \quad (3)$$

则 T 为实际预定时间稳定,即不超过时间 $T = \sqrt{2}T_c$ 内,收敛至集合 $\left\{ \lim_{t \rightarrow T} V \leq \min \left\{ \left(\frac{2\delta T \sigma}{\pi} \right)^{\frac{2}{2-\delta}}, \left(\frac{2\delta T \sigma}{\pi} \right)^{\frac{2}{2+\delta}} \right\} \right\}$ 内。

引理3)^[21]正定参数 a 与正定参数 $b > 0$,存在以下关系:

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^n a_i^b \leq -\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^b, & 0 < b < 1 \\ -\sum_{i=1}^n a_i^b \leq -n^{1-b} \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^b, & b > 1 \end{cases} \quad (4)$$

引理4)^[21] x, y 为状态变量, a, b 和 c 为正常数,则下列不等式成立:

$$|x|^a |y|^b \leq \frac{bc}{a+b} |y|^{a+b} + \frac{bc}{a+b} |x|^{a+b} \quad (5)$$

四旋翼无人机的建模是实现轨迹跟踪控制的重要基础。依据动力学关系和牛顿-欧拉方程,将四旋翼无人机的运动特性分为位置动力学与姿态动力学建立四旋翼无人机模型,模型描述形式为:

$$\begin{cases}
\ddot{x} = \frac{1}{m}(u_p(c(\varphi)s(\theta)c(\psi) + s(\varphi)s(\psi))) - \frac{K_x}{m}\dot{x} + \frac{d_x}{m} \\
\ddot{y} = \frac{1}{m}(u_p(c(\varphi)s(\theta)s(\psi) - s(\varphi)c(\psi))) - \frac{K_y}{m}\dot{y} + \frac{d_y}{m} \\
\ddot{z} = \frac{1}{m}(u_p(c(\varphi)c(\theta) - mg)) - \frac{K_z}{m}\dot{z} + \frac{d_z}{m} \\
\ddot{\varphi} = \frac{1}{I_x}(u_\varphi + (I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} - K_\varphi\omega_\varphi + d_\varphi) \\
\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y}(u_\theta + (I_z - I_x)\dot{\varphi}\dot{\psi} - K_\theta\omega_\theta + d_\theta) \\
\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}(u_\psi + (I_x - I_y)\dot{\varphi}\dot{\theta} - K_\psi\omega_\psi + d_\psi)
\end{cases} \quad (6)$$

其中, $\ddot{x}$ 、 $\ddot{y}$ 和 $\ddot{z}$ 分别表示四旋翼无人机沿各轴的加速度, $\ddot{\varphi}$ 、 $\ddot{\theta}$ 和 $\ddot{\psi}$ 是姿态角加速度; I_i ($i = x, y, z$) 是转动惯量; d_x 、 d_y 、 d_z 、 d_φ 、 d_θ 、 d_ψ 表示外部扰动; m 表示四旋翼无人机质量; g 表示重力加速度。

为了后续控制器设计, 定义 3 个虚拟控制量为:

$$\begin{cases}
u_1 = \frac{1}{m}[u_p(c(\varphi)s(\theta)c(\psi) + s(\varphi)s(\psi))] \\
u_2 = \frac{1}{m}[u_p(c(\varphi)s(\theta)s(\psi) - s(\varphi)c(\psi))] \\
u_3 = \frac{1}{m}[u_p(c(\varphi)c(\theta) - mg)]
\end{cases} \quad (7)$$

2 控制器设计

2.1 预定义时间观测器设计

四旋翼无人机动力学模型, 即式(4)可以简化为:

$$\dot{X} = U + F \quad (8)$$

其中, $F = [f_x, f_y, f_z, f_\varphi, f_\theta, f_\psi]^T$, $f_x = \frac{d_x}{m} - \frac{K_x}{m}\dot{x}$,

$$f_y = \frac{d_y}{m} - \frac{K_y}{m}\dot{y}, f_z = \frac{d_z}{m} - \frac{K_z}{m}\dot{z}, f_\varphi = \frac{d_\varphi}{I_x} - \frac{K_\varphi\omega_\varphi}{I_x}, f_\theta = \frac{d_\theta}{I_y} - \frac{K_\theta\omega_\theta}{I_y},$$

$$f_\psi = \frac{d_\psi}{I_z} - \frac{K_\psi\omega_\psi}{I_z}, X = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T, U = [u_1,$$

$u_2, u_3, u_\varphi, u_\theta, u_\psi]^T$ 。设计辅助系统:

$$\dot{\Phi} = U + \Xi \quad (9)$$

其中, $\Xi = [\Xi_x, \Xi_y, \Xi_z, \Xi_\varphi, \Xi_\theta, \Xi_\psi]^T$ 。

定义辅助误差为:

$$\Xi = X - \Phi \quad (10)$$

设计扰动观测器为:

$$\hat{F} = \dot{\Xi} + \Xi \quad (11)$$

则观测器观测误差为 $\tilde{F} = F - \hat{F}$ 。设计辅助自适应率为:

$$\dot{\tilde{\Xi}} = \dot{\Xi} + a_1 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{1-\delta_1} + a_2 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{1+\delta_1} + a_3(\tilde{\Xi}) \quad (12)$$

其中, 参数满足 $\delta_1 \in (0, 1)$, $a_1 = \frac{\pi}{T_1\delta_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1-\delta_1}{2}}$, $a_2 =$

$$\frac{\pi}{T_1\delta_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1+\delta_1}{2}}, a_3 > 0。$$

其估计误差为 $\tilde{\Xi} = \Xi - \hat{\Xi}$, 则辅助误差导数为:

$$\dot{\tilde{\Xi}} = -a_1 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{1-\delta_1} - a_2 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{1+\delta_1} - a_3(\tilde{\Xi}) \quad (13)$$

2.2 预定义时间观测器稳定性分析

观测器误差和估计误差存在如下关系:

$$\tilde{F} = F - \tilde{\Xi} - \dot{\tilde{\Xi}} = F - \tilde{\Xi} - F + \Xi = \tilde{\Xi} \quad (14)$$

构建观测器系统李雅普诺夫函数:

$$V_f = \frac{1}{2}\tilde{F}^2 \quad (15)$$

对其求导, 可得:

$$\dot{V}_f = -a_1 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{2-\delta_1} - a_2 \text{sign}(\tilde{\Xi}) |\tilde{\Xi}|^{2+\delta_1} - a_3 \tilde{\Xi}^2 \leq -\frac{\pi}{T_1\delta} (V_f^{\frac{1-\delta_1}{2}} + V_f^{\frac{1+\delta_1}{2}}) \quad (16)$$

由引理 1) 可知 $\tilde{\Xi}$ 能在预定义时间 T_1 内收敛到原点,

又因为 $\tilde{F} = \tilde{\Xi}$ 成立, 则观测器能在预定义时间 T_1 内观测到复合扰动。

2.3 预定义时间滤波器设计

为了避免反步法控制中的微分爆炸问题, 设计一种预定义时间滤波器:

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -b_1 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{1-\delta_2} - b_2 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{1+\delta_2} - b_3 \tilde{\alpha} \quad (17)$$

其中, $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha$ 为滤波误差, $b_2 = \frac{\pi}{T_2\delta_2} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1+\delta_2}{2}}$, $b_3 >$

$\frac{1}{2}$, $\delta_2 \in (0, 1)$, $b_1 = \frac{\pi}{T_2\delta_2} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1-\delta_2}{2}}$ 。存在有界常数 $\bar{\alpha}$ 满足 $|\dot{\tilde{\alpha}}| \leq \bar{\alpha}$ 。

构建系统滤波器李雅普诺夫函数:

$$V_c = \frac{1}{2}\tilde{\alpha}^2 \quad (18)$$

对其求导, 可得:

$$\dot{V}_c = -b_1 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{2-\delta_2} - b_2 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{2+\delta_2} - b_3 \tilde{\alpha}^2 - s\dot{\tilde{\alpha}} \leq -b_1 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{2-\delta_2} - b_2 \text{sign}(\tilde{\alpha}) |\tilde{\alpha}|^{2+\delta_2} + \frac{1}{2}\tilde{\alpha}^2 \leq -\frac{\pi}{T_2\delta_2} (V_c^{\frac{1-\delta_1}{2}} + V_c^{\frac{1+\delta_1}{2}}) + \varpi_p \quad (19)$$

其中, $\varpi_p = \frac{1}{2}\bar{\alpha}^2$ 。由引理 2) 滤波误差 $\tilde{\alpha}$ 能在预定义时

间 $\sqrt{2}T_2$ 内收敛到原点附近, 即证滤波器预定义时间收敛。

2.4 位置环预定义时间控制器设计

针对位置子系统跟踪设计位置控制器。为了完成位置系统控制目标,定义四旋翼无人机的位置 x, y, z 跟踪误差为:

$$\begin{cases} e_{1,x} = x - x_d, e_{2,x} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ e_{1,y} = y - y_d, e_{2,y} = \dot{y} - \dot{\hat{y}} \\ e_{1,z} = z - z_d, e_{2,z} = \dot{z} - \dot{\hat{z}} \end{cases} \quad (20)$$

其中, $e_{1,x}, e_{1,y}, e_{1,z}$ 表示位置跟踪误差, $e_{2,x}, e_{2,y}, e_{2,z}$ 表示位置动态误差, x_d, y_d, z_d 表示 3 个位置的给定期望输入值, x, y, z 表示 3 个位置的实际输出值。为了进一步降低滤波误差,设计滤波补偿系统:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1,\kappa} = -c_1 \text{sign}(\xi_{1,\kappa}) |\xi_{1,\kappa}|^{1-\delta_3} \\ -c_2 \text{sign}(\xi_{1,\kappa}) |\xi_{1,\kappa}|^{1+\delta_3} + \lambda \tilde{\alpha}_\kappa + \xi_{2,\kappa} \\ \dot{\xi}_{2,\kappa} = -c_1 \text{sign}(\xi_{2,\kappa}) |\xi_{2,\kappa}|^{1-\delta_3} \\ -c_2 \text{sign}(\xi_{2,\kappa}) |\xi_{2,\kappa}|^{1+\delta_3} - \xi_{1,\kappa} \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\delta_3 \in (0, 1), c_1 = \frac{\pi}{T_3 \delta_3} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1-\delta_3}{2}}, c_2 =$

$\frac{\pi}{T_3 \delta_3} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1+\delta_3}{2}} 2^{\frac{\delta_3}{2}}, \tilde{\alpha}_\kappa (\kappa = x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ 为滤波误差。则

可以得到误差系统为:

$$\begin{cases} s_{1,x} = e_{1,x} - \xi_{1,x} \\ s_{1,y} = e_{1,y} - \xi_{1,y} \\ s_{1,z} = e_{1,z} - \xi_{1,z} \end{cases} \quad (22)$$

对其求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_{1,x} = s_{2,x} + \alpha_x - \dot{x}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,x}) |\xi_{1,x}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,x}) |\xi_{1,x}|^{1+\delta_3} \\ \dot{s}_{1,y} = s_{2,y} + \alpha_y - \dot{y}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,y}) |\xi_{1,y}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,y}) |\xi_{1,y}|^{1+\delta_3} \\ \dot{s}_{1,z} = s_{2,z} + \alpha_z - \dot{z}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,z}) |\xi_{1,z}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,z}) |\xi_{1,z}|^{1+\delta_3} \end{cases} \quad (23)$$

设计虚拟控制率为:

$$\begin{cases} \alpha_x = -c_1 \text{sign}(s_{1,x}) |s_{1,x}|^{1-\eta} - c_2 \text{sign}(s_{1,x}) |s_{1,x}|^{1+\eta} - \\ c_3 s_{1,x} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,x}) |\xi_{1,x}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,x}) |\xi_{1,x}|^{1+\delta_3} + \dot{x}_d \\ \alpha_y = -c_1 \text{sign}(s_{1,y}) |s_{1,y}|^{1-\eta} - c_2 \text{sign}(s_{1,y}) |s_{1,y}|^{1+\eta} - \\ c_3 s_{1,y} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,y}) |\xi_{1,y}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,y}) |\xi_{1,y}|^{1+\delta_3} + \dot{y}_d \\ \alpha_z = -c_1 \text{sign}(s_{1,z}) |s_{1,z}|^{1-\eta} - c_2 \text{sign}(s_{1,z}) |s_{1,z}|^{1+\eta} - \\ c_3 s_{1,z} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,z}) |\xi_{1,z}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,z}) |\xi_{1,z}|^{1+\delta_3} + \dot{z}_d \end{cases} \quad (24)$$

其中,参数满足 $c_3 > \frac{1}{2}$ 。考虑滤波误差的动态误差

系统为:

$$\begin{cases} \dot{s}_{2,x} = e_{2,x} - \xi_{2,x} \\ \dot{s}_{2,y} = e_{2,y} - \xi_{2,y} \\ \dot{s}_{2,z} = e_{2,z} - \xi_{2,z} \end{cases} \quad (25)$$

对其求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_{2,x} = u_1 + f_x - \dot{\hat{x}}_x - \dot{\xi}_{2,x} \\ \dot{s}_{2,y} = u_2 + f_y - \dot{\hat{x}}_y - \dot{\xi}_{2,y} \\ \dot{s}_{2,z} = u_3 + f_z - \dot{\hat{x}}_z - \dot{\xi}_{2,z} \end{cases} \quad (26)$$

针对位置子系统,设计位置控制:

$$\begin{cases} u_1 = -c_1 \text{sign}(s_{2,x}) |s_{2,x}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,x}) |s_{2,x}|^{1+\delta_3} - \\ c_4 s_{2,x} + \dot{\hat{x}}_x - \dot{f}_x + \dot{\xi}_{2,x} \\ u_2 = -c_1 \text{sign}(s_{2,y}) |s_{2,y}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,y}) |s_{2,y}|^{1+\delta_3} - \\ c_4 s_{2,y} + \dot{\hat{x}}_y - \dot{f}_y + \dot{\xi}_{2,y} \\ u_3 = -c_1 \text{sign}(s_{2,z}) |s_{2,z}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,z}) |s_{2,z}|^{1+\delta_3} - \\ c_4 s_{2,z} + \dot{\hat{x}}_z - \dot{f}_z + \dot{\xi}_{2,z} \end{cases} \quad (27)$$

其中, $c_4 > \frac{1}{2}$ 。

2.5 姿态环预定义时间控制器设计

根据四旋翼无人机的动力学模型式以及给定的期望偏航角 ϕ_d 和 3 个虚拟控制量可以求解出 U_1 , 期望的横滚角 φ_d 和俯仰角 θ_d , 求解公式如下:

$$\begin{cases} u_p = m \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + (u_3 + g)^2} \\ \varphi_d = \arcsin(m \frac{u_1 s(\varphi_d) - u_2 c(\varphi_d)}{U_1}) \\ \theta_d = \arctan(m \frac{u_1 c(\varphi_d) + u_2 s(\varphi_d)}{u_3 + g}) \end{cases} \quad (28)$$

针对姿态系统跟踪问题,设计姿态控制器。为了完成姿态系统控制目标,定义四旋翼无人机的姿态跟踪误差为:

$$\begin{cases} e_{1,\varphi} = \varphi - \varphi_d, e_{2,\varphi} = \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d \\ e_{1,\theta} = \theta - \theta_d, e_{2,\theta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d \\ e_{1,\psi} = \psi - \psi_d, e_{2,\psi} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d \end{cases} \quad (29)$$

其中, $e_{1,\varphi}, e_{1,\theta}, e_{1,\psi}$ 表示姿态跟踪误差, $e_{2,\varphi}, e_{2,\theta}, e_{2,\psi}$ 表示姿态动态误差, $\varphi_d, \theta_d, \psi_d$ 为期望姿态输入值, φ, θ, ψ 为实际输出姿态角信息。

针对滤波误差可以设计误差系统:

$$\begin{cases} s_{1,\varphi} = e_{1,\varphi} - \xi_{1,\varphi}, s_{2,\varphi} = e_{2,\varphi} - \xi_{2,\varphi} \\ s_{1,\theta} = e_{1,\theta} - \xi_{1,\theta}, s_{2,\theta} = e_{2,\theta} - \xi_{2,\theta} \\ s_{1,\psi} = e_{1,\psi} - \xi_{1,\psi}, s_{2,\psi} = e_{2,\psi} - \xi_{2,\psi} \end{cases} \quad (30)$$

对其求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_{1,\varphi} = s_{2,\varphi} + \alpha_{\varphi} - \dot{\varphi}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,\varphi}) |\xi_{1,\varphi}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\varphi}) |\xi_{1,\varphi}|^{1+\delta_3} \\ \dot{s}_{1,\theta} = s_{2,\theta} + \alpha_{\theta} - \dot{\theta}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,\theta}) |\xi_{1,\theta}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\theta}) |\xi_{1,\theta}|^{1+\delta_3} \\ \dot{s}_{1,\psi} = s_{2,\psi} + \alpha_{\psi} - \dot{\psi}_d + c_1 \text{sign}(\xi_{1,\psi}) |\xi_{1,\psi}|^{1-\delta_3} + \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\psi}) |\xi_{1,\psi}|^{1+\delta_3} \end{cases} \quad (31)$$

设计虚拟控制率为:

$$\begin{cases} \alpha_{\varphi} = -c_1 \text{sign}(s_{1,\varphi}) |s_{1,\varphi}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{1,\varphi}) |s_{1,\varphi}|^{1+\delta_3} - \\ c_5 s_{1,\varphi} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,\varphi}) |\xi_{1,\varphi}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\varphi}) |\xi_{1,\varphi}|^{1+\delta_3} + \dot{\varphi}_d \\ \alpha_{\theta} = -c_1 \text{sign}(s_{1,\theta}) |s_{1,\theta}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{1,\theta}) |s_{1,\theta}|^{1+\delta_3} - \\ c_5 s_{1,\theta} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,\theta}) |\xi_{1,\theta}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\theta}) |\xi_{1,\theta}|^{1+\delta_3} + \dot{\theta}_d \\ \alpha_{\psi} = -c_1 \text{sign}(s_{1,\psi}) |s_{1,\psi}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{1,\psi}) |s_{1,\psi}|^{1+\delta_3} - \\ c_5 s_{1,\psi} - c_1 \text{sign}(\xi_{1,\psi}) |\xi_{1,\psi}|^{1-\delta_3} - \\ c_2 \text{sign}(\xi_{1,\psi}) |\xi_{1,\psi}|^{1+\delta_3} + \dot{\psi}_d \end{cases} \quad (32)$$

其中,参数满足 $c_5 > \frac{1}{2}$ 。

针对滤波误差的动态误差式(31)求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_{2,\varphi} = u_{\varphi} + f_{\varphi} - \dot{\alpha}_{\varphi} - \dot{\xi}_{2,\varphi} \\ \dot{s}_{2,\theta} = u_{\theta} + f_{\theta} - \dot{\alpha}_{\theta} - \dot{\xi}_{2,\theta} \\ \dot{s}_{2,\psi} = u_{\psi} + f_{\psi} - \dot{\alpha}_{\psi} - \dot{\xi}_{2,\psi} \end{cases} \quad (33)$$

针对位置子系统,设计姿态控制律:

$$\begin{cases} u_{\varphi} = -c_1 \text{sign}(s_{2,\varphi}) |s_{2,\varphi}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,\varphi}) |s_{2,\varphi}|^{1+\delta_3} - \\ c_6 s_{2,\varphi} + \dot{\alpha}_{\varphi} - \hat{f}_{\varphi} + \dot{\xi}_{2,\varphi} \\ u_{\theta} = -c_1 \text{sign}(s_{2,\theta}) |s_{2,\theta}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,\theta}) |s_{2,\theta}|^{1+\delta_3} - \\ c_6 s_{2,\theta} + \dot{\alpha}_{\theta} - \hat{f}_{\theta} + \dot{\xi}_{2,\theta} \\ u_{\psi} = -c_1 \text{sign}(s_{2,\psi}) |s_{2,\psi}|^{1-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,\psi}) |s_{2,\psi}|^{1+\delta_3} - \\ c_6 s_{2,\psi} + \dot{\alpha}_{\psi} - \hat{f}_{\psi} + \dot{\xi}_{2,\psi} \end{cases} \quad (34)$$

其中,参数满足 $c_6 > \frac{1}{2}$ 。

2.6 预定义时间控制器稳定性分析

构建位置子系统李雅普诺夫函数:

$$V_{p,i} = \frac{1}{2} s_{1,i}^2 + \frac{1}{2} s_{2,i}^2 \quad (35)$$

其中, i 分别表示 x, y, z 。结合引理 3) 和引理 4), 其导数满足:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p,i} &\leq -c_1 \text{sign}(s_{1,i}) |s_{1,i}|^{2-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{1,i}) |s_{1,i}|^{2+\delta_3} - \\ &c_3 s_{1,i}^2 + s_{1,i} s_{2,i} - c_1 \text{sign}(s_{2,i}) |s_{2,i}|^{2-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,i}) |s_{2,i}|^{2+\delta_3} - \\ &c_4 s_{2,i}^2 \leq -\frac{\pi}{T_3 \delta_3} \left(\left(\frac{1}{2} s_{1,i}^2 \right)^{1-\frac{\delta_3}{2}} + \left(\frac{1}{2} s_{2,i}^2 \right)^{1-\frac{\delta_3}{2}} \right) - \\ &\frac{\pi}{T_3 \delta_3} 2^{\frac{\delta_3}{2}} \left(\left(\frac{1}{2} s_{1,i}^2 \right)^{1+\frac{\delta_3}{2}} + \left(\frac{1}{2} s_{2,i}^2 \right)^{1+\frac{\delta_3}{2}} \right) \leq \\ &-\frac{\pi}{T_3 \delta_3} (V_{p,k}^{1-\frac{\delta_3}{2}} + V_{p,k}^{1+\frac{\delta_3}{2}}) \end{aligned} \quad (36)$$

可知位置环李雅普诺夫函数负定,且在预定义时间 $T_3 (T_3 \geq T_2 \geq T_1)$ 收敛到原点。

设计姿态环李雅普诺夫函数:

$$V_{a,j} = \frac{1}{2} s_{1,j}^2 + \frac{1}{2} s_{2,j}^2 \quad (37)$$

其中, $j = \varphi, \theta, \psi$ 。结合引理 3) 和引理 4), 其导数满足:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{a,i} &\leq -c_1 \text{sign}(s_{1,j}) |s_{1,j}|^{2-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{1,j}) |s_{1,j}|^{2+\delta_3} - \\ &c_5 s_{1,j}^2 + s_{1,j} s_{2,j} - c_1 \text{sign}(s_{2,j}) |s_{2,j}|^{2-\delta_3} - c_2 \text{sign}(s_{2,j}) |s_{2,j}|^{2+\delta_3} - \\ &c_6 s_{2,j}^2 \leq -\frac{\pi}{T_3 \delta_3} \left(\left(\frac{1}{2} s_{1,j}^2 \right)^{1-\frac{\delta_3}{2}} + \left(\frac{1}{2} s_{2,j}^2 \right)^{1-\frac{\delta_3}{2}} \right) - \\ &\frac{\pi}{T_3 \delta_3} 2^{\frac{\delta_3}{2}} \left(\left(\frac{1}{2} s_{1,j}^2 \right)^{1+\frac{\delta_3}{2}} + \left(\frac{1}{2} s_{2,j}^2 \right)^{1+\frac{\delta_3}{2}} \right) \leq \\ &-\frac{\pi}{T_3 \delta_3} (V_{a,i}^{1-\frac{\delta_3}{2}} + V_{a,i}^{1+\frac{\delta_3}{2}}) \end{aligned} \quad (38)$$

可知姿态环李雅普诺夫函数负定,且在预定义时间 $T_3 (T_3 \geq T_1)$ 收敛到原点。

3 仿真结果与分析

本文采用 MATLAB/simulink 仿真,对提出的控制策略的有效性鲁棒性进行了系统验证。为验证本文控制策略的优越性,将其与文献[11]反步控制方法进行了对比分析,并根据平均绝对误差(mean absolute error, MAE)定量分析位置回路跟踪误差的精确性。

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_d - e| \quad (39)$$

其中, n 是采样个数, e_d 是期望误差, e 是实际误差, MAE 数值越小说明效果越好。

在仿真实验设计环节,系统初始状态被设定为 $[x_0, y_0, z_0, \varphi_0, \theta_0, \psi_0]^T = [0.2, 0.8, 0.0, 0.0, 0.0]^T$, 四旋翼无人机的目标飞行轨迹为 $[x_d, y_d, z_d]^T = [\cos t, \sin t, t]^T$, 同时期望偏航角被设定为 $\psi_d = \pi/3$ 。为了验证系统抗干扰性能,在位置与姿态控制通道中加入正弦扰动信号,具体形式为:

$$d_j = 0.5 \sin(t) \sin(10t) + 0.5 \sin(J), (J = x, y, z, \varphi, \theta, \psi)。$$

四旋翼无人机系统的详细参数配置如表 1 所示。控制器参数为 $T_1 = 1s, \delta_1 = 0.5, T_2 = 1.5s, \delta_2 = 0.2, T_3 = 2s, \delta_3 = 0.2, a_3 = 20, b_3 = 90, c_3 = c_4 = 2, c_5 = c_6 = 1$ 。

表 1 四旋翼无人机模型参数

Table 1 Parameters of the quadrotor UAV model

参数/单位	数值	物理意义
m/kg	2	质量
$g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	9.8	重力加速度
l/m	0.3	轴心距
I_x	0.004	x 转动惯量
I_y	0.004	y 转动惯量
I_z	0.008	z 转动惯量

位置通道的轨迹跟踪仿真结果如图 2 和图 3 所示。通过对图 2 中位置跟踪细节的放大观察,可以清晰地展示本文所提控制策略的优势,该策略能够实现快速且稳定的跟踪期望轨迹。相比之下,图 3 所呈现的位置误差曲线揭示了对比算法在干扰的影响下存在的误差波动问题,其收敛效果欠佳,从表 2 的平均绝对误差可以看到本文的所提控制策略具有更小的误差,说明控制精度更高并且稳态性能更好。具体而言,本文的控制策略在极短时间内($\leq 0.5\text{ s}$)内迅速收敛至零误差,并维持稳定状态,验证了本文控制策略在快速响应与鲁棒性方面的显著优势。

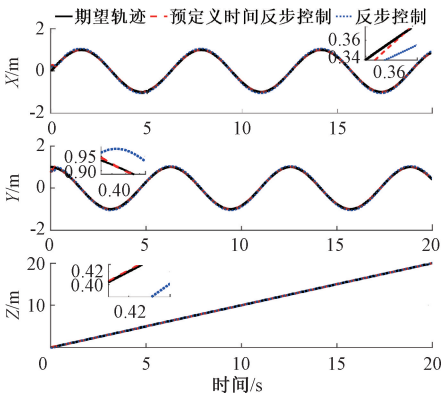


图 2 位置跟踪曲线

Fig. 2 Position tracking curve

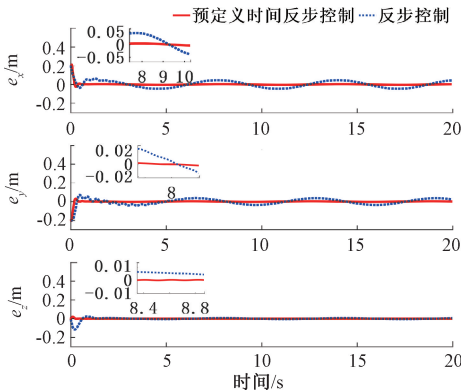


图 3 位置跟踪误差曲线

Fig. 3 Position tracking error curve

表 2 四旋翼无人机系统平均绝对误差 (MAE)

Table 2 Mean absolute error (MAE) of UAV system

通道	本文方法	文献[11]方法
x 通道	0.004	0.031
y 通道	0.004	0.026
Z 通道	0.001	0.001
ψ 通道	0.001	0.002

图 4 展示了姿态误差随时间变化的曲线。从图 4 中可以观察到,本文所提出的算法能够迅速实现收敛,并且在受到干扰的情况下依然能够维持稳定状态。相比之下,对比算法在初始阶段表现出较大的波动,直至大约第 8 s 时才逐渐收敛。从表 2 的平均绝对误差显示本文所提控制策略偏航角通道的误差更小,这一对比结果清晰地表明,本文的控制策略在性能上更具优势,特别是在抗干扰能力方面展现出了显著的提升,体现了其较强的鲁棒性。

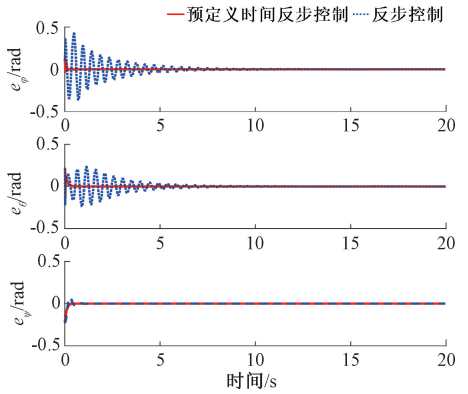


图 4 姿态跟踪误差曲线

Fig. 4 Attitude tracking error curve

图 5 呈现了两种控制策略下四旋翼无人机在完整三维空间中的运动轨迹曲线,可以看到本文所提控制策略整体跟踪效果更好。图 6 与图 7 则分别详细展示了位置和姿态的干扰估计结果。通过这些结果,可以明显观察到本文所设计的预定义时间扰动观测器具备卓越的快速响应与精确估计能力。

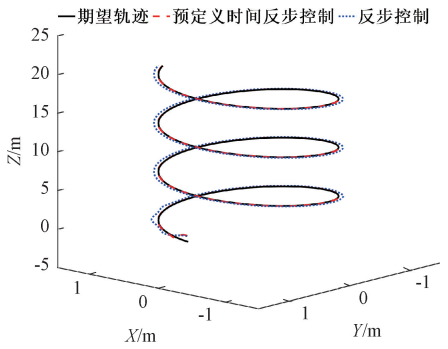


图 5 三维位置跟踪曲线

Fig. 5 3D position tracking curve

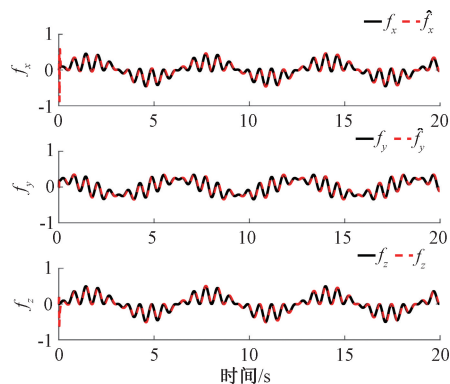


图 6 位置扰动观测器估计曲线

Fig. 6 Position disturbance observation curve

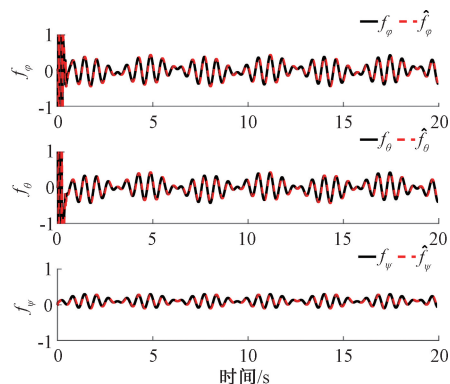


图 7 姿态角扰动观测器估计

Fig. 7 Attitude disturbance observation curve

4 结 论

本文研究了四旋翼无人机轨迹跟踪过程中存在的模型不确定性与未知外部扰动的问题,针对性地提出了一种基于预定义时间的指令滤波器反步控制策略,并进行了稳定性分析和数值方法真验证。研究表明,所设计的预定义时间扰动观测器能够实时且精确地估计出模型的不确定性和外部扰动。所设计的预定义时间指令滤波器显著优化了控制信号的处理过程,使得控制指令更加平滑且稳定,从而避免了因“微分爆炸”导致的控制不稳定现象。从而显著提高了系统的控制精度和响应速度,增强了系统的收敛性和鲁棒性,实现了较好的轨迹跟踪性能,充分验证了策略的有效性。然而,尽管本研究在四旋翼无人机轨迹跟踪问题上取得了积极的成果,但目前的研究尚未全面覆盖所有潜在问题,如执行器故障等。因此,未来的研究将重点关注这些未解决的问题,以期进一步完善和深化对四旋翼无人机轨迹跟踪问题的理解与解决,推动相关技术的持续进步。

参考文献

- [1] 何飞麒. 四旋翼无人机俯拍视角下的行人检测与轨迹追踪[J]. 电子测量技术, 2022, 45(10): 50-56.
- HE F Q. Pedestrian detection and trajectory tracking

from a quadrotor UAV's downward viewpoint[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(10): 50-56.

- [2] LUO Y H, YU X, YANG D SH, et al. A survey of intelligent transmission line inspection based on unmanned aerial vehicle [J]. Artificial Intelligence Review, 2023, 56(1): 173-201.
- [3] 何炜琨,柳振明,王晓亮. 微动特征和运动特征融合处理的鸟与旋翼无人机目标辨别方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 33-43.
- HE W K, LIU ZH M, WANG X L. Target recognition method for birds and rotary-wing UAVs based on micro-movement and motion feature fusion [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(7): 33-43.
- [4] LIANG H J, LI J L, ZHANG Y Y. Adaptive super-twisted sliding mode trajectory tracking control for quadrotor UAV with prescribed performance based on finite-time disturbance observer [J]. Engineering Research Express, 2024, 6(3): 035551.
- [5] IVAN L, JAVIER M. PID control of quadrotor UAVs: A survey[J]. Annual Reviews in Control, 2023, 56: 100900.
- [6] 李永福,文跃洲,黄龙旺. 基于改进扩展状态观测器的四旋翼无人机轨迹鲁棒跟踪控制[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(4): 129-139.
- LI Y F, WEN Y ZH, HUANG L W. Robust trajectory tracking control of quadrotor UAV based on improved extended state observer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(4): 129-139.
- [7] WU Q Q, XU J, ZHANG R. Capacity characterization of UAV-enabled two-user broadcast channel [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2018, 36(9): 1955-1971.
- [8] WANG CH Y, XIA Y Q, KONG X Y, et al. Attitude control of underactuated quadrotor UAV based on improved ADRC[C]. 2023 2nd Conference on Fully Actuated System Theory and Applications(CFASTA). IEEE, 2023: 699-704.
- [9] BU X W. Saturated control with variable prescribed performance applied to the manipulator of UAV[J]. IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems, 2023, 4(2): 212-220.
- [10] 赵志伟,汤旭泽,葛超,等. 四旋翼无人机 BSMC-ADRC 姿态控制以及轨迹跟踪[J/OL]. 控制工程, 1-9 [2024-11-19]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20231098>.
- ZHAO ZH W, TANG X Z, GE CH, et al. BSMC-ADRC attitude control and trajectory tracking for

- quadrotor UAV [J/OL]. Control Engineering, 1-9 [2024-11-19]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20231098>.
- [11] 王宁,王永,余明裕. 四旋翼飞行器自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1185-1194.
WANG N, WANG Y, YU M Y. Adaptive dynamic surface trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle [J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1185-1194.
- [12] 张建中, 刘海洋, 胡化增, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(31): 380-385.
ZHANG J ZH, LIU H Y, HU H Z, et al. Trajectory tracking control of quadrotor UAV based on extended state observer [J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(31): 380-385.
- [13] 周来宏, 窦景欣, 张居乾, 等. 基于改进反步法的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2018, 39(1): 66-70.
ZHOU L H, DOU J X, ZHANG J Q, et al. Trajectory tracking control of quadrotor UAV based on improved backstepping method [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science Edition), 2018, 39(1): 66-70.
- [14] WANG N, DENG Q, XIE G M, et al. Hybrid finite-time trajectory tracking control of a quadrotor[J]. ISA Transactions, 2019, 90: 278-286.
- [15] SHAO X L, TIAN B, YANG W. Fixed-time trajectory following for quadrotors via output feedback [J]. ISA Transactions, 2021, 110: 213-224.
- [16] HE ZH SH, SHEN J, ZHANG ZH P. Practical fixed-time tracking control of quadrotor unmanned aerial vehicles with input saturation[J]. Asian Journal of Control, 2024, 26(5): 2507-2522.
- [17] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201-2210.
ZHAO ZH H, XIAO L, JIANG B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of quadrotor UAV based on extended state observer[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2201-2210.
- [18] 杨艳华, 吕童, 柴利. 基于ESKF-MPC的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 电子测量与仪器报, 2022, 36(7): 24-32.
YANG Y H, LYU T, CHAI L. Trajectory tracking control of quadrotor UAV based on ESKF-MPC[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(7): 24-32.
- [19] XU CH, WU B L, ZHANG Y CH. Distributed prescribed-time attitude cooperative control for multiple spacecraft [J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 113: 106699.
- [20] XIE SH Z, CHEN Q. Adaptive nonsingular predefined-time control for attitude stabilization of rigid spacecrafts[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(1): 189-193.
- [21] SU L, JIN L, WANG J, et al. Adaptive predefined-time quantized tracking control for switched nonlinear systems using command-filter backstepping [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2024, 34(13): 9040-9054.

作者简介

祁瑞敏, 硕士, 副教授, 主要研究方向为智能控制与信息处理。

E-mail: 928942818@qq.com

张国栋(通信作者), 硕士研究生, 副教授, 主要研究方向为智能控制与信息处理。

E-mail: 281321023@qq.com