

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2416753

基于同步双向A星和灰狼优化的多点巡航规划^{*}王敏^{1,3} 石明航¹ 洪梅² 黎永顺¹ 田子康¹(1.南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044; 2.国防科技大学气象海洋学院 长沙 410073;
3.安徽建筑大学电子与信息工程学院 合肥 230601)

摘要: 针对无人艇多目标点巡航路径规划问题,本文提出了一种基于同步双向A星算法与灰狼优化算法结合的路径规划方法。首先,对传统A星算法进行了改进,通过引入同步双向搜索策略和动态权重调整,减少了路径冗余点和算法计算时间。然后,将巡航路径规划问题转化为经典旅行商问题,并应用改进的灰狼优化算法进行求解,以获得最优巡航路径。实验结果表明,本文提出的方法在路径规划的总距离、转弯次数上,均优于传统方法,能够有效提升无人艇的巡航效率和安全性,为无人艇多目标点巡航任务提供了一种可靠的解决方案。

关键词: 无人艇;多目标点巡航;A星算法;旅行商问题;灰狼优化算法

中图分类号: TP391.9;TN96 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.1040

Multi-purpose cruise path planning based on the two-way A-star
and the gray wolf algorithmsWang Min^{1,3} Shi Minghang¹ Hong Mei² Li Yongshun¹ Tian Zikang¹(1. School of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;
2. Institute of Meteorology and Oceanography, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
3. School of Electronics and Information Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China)

Abstract: A path planning method based on an improved synchronous bidirectional A-star algorithm and grey wolf optimization algorithm is proposed for the multi-objective cruising path planning problem of unmanned boats. Firstly, the traditional A-star algorithm has been improved by introducing a synchronous bidirectional search strategy and dynamic weight adjustment, reducing path redundancy points and algorithm computation time. Then, the cruise path planning problem is transformed into a classic traveling salesman problem and solved using an improved grey wolf optimization algorithm to obtain the optimal cruise path. The experimental results show that the method proposed in this paper is superior to traditional methods in terms of total distance, number of turns, and computation time in path planning. It can effectively improve the cruising efficiency and safety of unmanned boats and provide a reliable solution for multi-target point cruising tasks of unmanned boats.

Keywords: unmanned boat; multi-target point cruise; A-star algorithm; traveling salesman problem; improved gray wolf algorithm

0 引言

无人艇(unmanned surface vehicle, USV)作为一种新兴的自主水面航行平台,具有操作灵活、体积小、自主导航水平高的特点,使其在军事、科研、环境监测和海洋资源开发等领域展现出广泛的应用前景^[1-3]。

两两巡航点之间的路径规划问题需要综合考虑到路径

长度、到达时间、障碍物威胁等因素,才能获得最佳的安全航行路径。A星算法凭借其结合了广度优先搜索和深度优先搜索的优势,可以改变启发式函数引导搜索过程的灵活性,得到了广泛的应用。但因启发函数单一易导致探索时间长、路径冗余等缺陷。王中玉等^[4]通过改变改进评价函数的权重比例降低了路径的冗余点,但探索时间仍较长;吴鹏等^[5]将A星算法扩展为双向搜索,以各自相反方向的

收稿日期:2024-08-28

* 基金项目:国家自然科学基金(41775165,41775039)、安徽省高校杰出青年科研项目(2023AH020022)、江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX24_1499)资助

最优点作为目标点,大大降低了探索时间,但会导致路径冗余点增多;孔继利等^[6]同样引入双向搜索机制,将各自方向的固定终点以及最优节点同时引入启发函数并设置不同权重,在一定程度上降低了路径的冗余点,但仍有改进空间。唐嘉宁等^[7]采用双向定向搜索提高了搜索效率,并采用路径平滑策略降低了路径冗余,但针对启发函数还有进一步的改进空间。

无人艇作业需要从起始点出发经过若干巡航水域,执行相关任务后回到起始点。在巡航活动中,无人艇要遍历一系列巡航点,该过程类似于旅行商问题(traveling salesman problem, TSP)问题,常见的解决算法有:遗传算法^[8-9]、模拟退火算法^[10-11]和粒子群优化算法^[12-13]等,灰狼算法作为一种新的智能群算法也可应用于此类问题^[14]。然而经典 TSP 问题中待访问的两两城市之间距离为已知的欧氏距离,而无人艇两两巡航点之间距离未知且因障碍物的存在属于非欧氏距离,在对多目标点巡航路径规划时,需要考虑障碍物的影响,同时需要解决非欧氏距离下的 TSP 问题。

因此,仅采用单一算法很难解决存在障碍物情况下的多目标点巡航路径规划问题,需要采用结合算法。孟浩德等^[15]提出了模拟退火算法与 A 星算法结合的路径规划方法解决灭火小车多目标路径规划问题,但该方法在寻找最优遍历顺序时采用欧氏距离建立距离矩阵,忽略了障碍物的影响,求得的巡航顺序在实际应用场景下往往非最优解;黄森等^[16]对灰狼算法改进并结合传统 A 星算法进行路径规划,通过 A 星算法建立距离矩阵以此求解最优遍历顺序,解决障碍物的影响,降低了巡航路径的长度,但缺点是距离矩阵的构建时间开销大大提高,同时两两巡航点之间的路径长度也有一定的优化空间。

故本文提出了一种改进双向 A 星与灰狼算法结合的路径规划算法:首先对 A 星算法采用双向搜索策略,并在启发函数中引入动态权重与新的采样节点,并对路径做二次处理,以此构建两两巡航点之间的距离矩阵;在此基础上,采用结合了 2-opt 等算子的灰狼优化算法解决 TSP 问题,生成最优的巡航点序列,最终得到一条安全、高效的无人艇巡航路径。

1 改进的双向 A 星路径规划算法

1.1 传统 A 星算法原理

A 星算法是一种常用的图搜索算法,广泛应用于路径规划问题中^[17-18],其通过结合启发式搜索和成本函数,能够在图的节点之间找到代价最低的路径。启发函数表达式为:

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (1)$$

式中: $g(n)$ 表示从起点到节点 n 的实际代价, $h(n)$ 表示从节点 n 到终点的预估代价, $f(n)$ 是从起点到终点的预估代价。

1.2 同步双向 A 星算法

多目标点路径规划中,若存在 n 个必经点,则需要进行 $n^2/2$ 次路径规划,故需要在保证路径长度较短的情况下尽可能地减少算法的探索时间,可以采用双向搜索策略,同步双向 A 星算法的流程如图 1 所示。

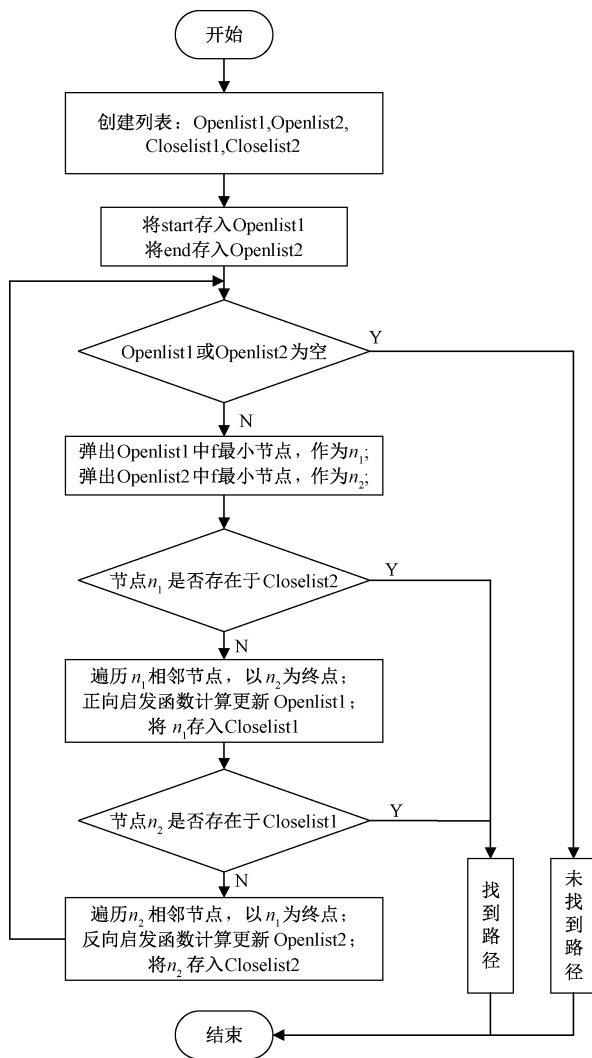


图 1 同步双向 A 星算法流程图

Fig. 1 Synchronized A-star flow chart

同步 A 星算法在探索时间上大大降低,但由于算法的双向特性,正向和反向探索各自以其相反方向的最优节点作为临时终点,从而导致路径总代价往往不是最低的,易产生冗余点与拐角。

1.3 启发函数的改进

传统同步双向 A 星算法在双向探索中,正反方向探索以各自相反方向的最优节点作为临时终点计算预估代价 $f(n)$,使正反方向快速接近,但容易偏移最优路线。文献^[6]在启发函数中分配权重以解决此类问题,但其权重并不能随着正反节点的接近动态调整,故本文通过在启发函数中引入新的节点和动态权重进一步降低路线的冗余。以

正向搜索为例,改进后的启发函数为:

$$f(n_1) = g_1(n_1) + w_1(n_1) \times h_1(n_1) + w_2(n_1) \times h_2(n_1) \quad (2)$$

式中: $g_1(n_1)$ 表示从起点到当前节点 n_1 的实际距离代价; $h_1(n_1)$ 和 $h_2(n_1)$ 表示节点 n_1 分别到反向搜索最优解点 n_2 节点 n_c 的预估距离代价。 $w_1(n_1)$ 和 $w_2(n_1)$ 为所对应预估距离的动态权重。

$$h_2(n_1) = |(x_{n_1} - x_c) + (y_{n_1} - y_c)| \quad (3)$$

式中: (x_{n_1}, y_{n_1}) 表示正向搜索的当前节点 n_1 ; (x_c, y_c) 表示的是起点到终点的中点 n_c , 若该点不为障碍物, 计算公式如下:

$$\begin{cases} x_c = \frac{x_{start} - x_{end}}{2} \\ y_c = \frac{y_{start} - y_{end}}{2} \end{cases} \quad (4)$$

若节点 n_c 坐标上存在障碍物, 如图 2 所示, 根据起点 x_{star} 和终点 x_{end} 可求得 l_c 与 l'_c 的直线方程公式, 以图中两直线的交点为起始位置, 沿着直线 l'_c 的方向延伸, 第一个不为障碍物的坐标作为节点 n_c 的坐标 (x_c, y_c) 。

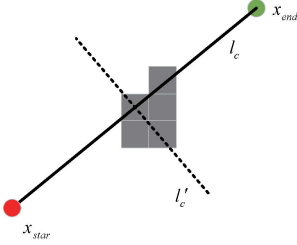


图 2 存在障碍物的情况求取 n_c

Fig. 2 Find n_c when there are obstacles

则式(2)中 $w_1(n_1)$ 动态权重为:

$$w_1(n_1) = \frac{1}{1 + \exp(\frac{D'}{D} - 1)} \quad (5)$$

式中: D' 和 D 为节点 n_1 分别到反向最优节点 n_2 和节点 n_c 的曼哈顿距离。

式(2)中 $w_2(n_2)$ 的计算过程为:

$$w_2(n_1) = 2(1 - w_1(n_1)) \quad (6)$$

以上为正向搜索的启发函数, 反向搜索的启发函数同理可得。

1.4 路径的二次规划

为了尽可能地降低路径的冗余点与转弯次数, 对算法所得路径做进一步的操作处理, 即路径二次规划, 算法流程如图 3 所示。

2 改进的灰狼算法

2.1 灰狼算法原理

灰狼优化算法(grey wolf optimizer, GWO)是一种基于灰狼群体猎食行为的优化算法^[19-20]。该算法模拟了灰狼

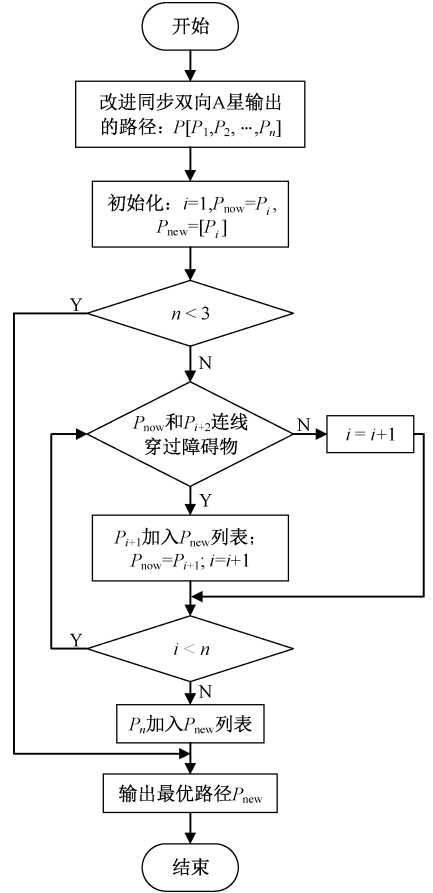


图 3 二次路径规划算法流程图

Fig. 3 Quadratic path planning algorithm flow chart

群体在自然界中的社会等级结构和猎食策略, 通过模拟围捕、追捕和攻击猎物的过程来进行全局优化搜索。灰狼群体由 4 种不同角色的个体组成: α 狼、 β 狼、 δ 狼和 ω 狼, 通过以下公式更新位置:

$$D = |C \cdot \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (7)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_p(t) - A \cdot D \quad (8)$$

式中: “ $\cdot$ ” 为点乘, $\mathbf{X}_p(t)$ 是猎物的位置 (即 α 、 β 或 δ 狼的位置), $\mathbf{X}(t)$ 是当前灰狼的位置, A 和 C 是系数, 且随着迭代次数的增加逐渐调整。

A 和 C 的计算如下:

$$A = 2a \cdot r_1 - a \quad (9)$$

$$C = 2 \cdot r_2 \quad (10)$$

式中: a 为收敛因子, 随迭代次数从 2 到 0 线性减少; r_1, r_2 在 $[0, 1]$ 间服从均匀分布。

2.2 目标函数构建

在 TSP 问题中, 给定一个包含 n 个城市的路径 $\mathbf{P} = [P_1, P_2, \dots, P_n]$, 其中 P_i 表示的是第 i 个城市的编号, 路径的总距离为:

$$f(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{n-1} D(P_i, P_{i+1}) + D(P_n, P_1) \quad (11)$$

式中: $\mathbf{D}(P_i, P_j)$ 表示城市 P_i 和 P_j 之间的欧氏距离。

目标函数的目标是最小化该总距离 $f(P)$, 即找到一个使得总行程距离最短的路径。灰狼优化算法每次迭代中, 每只狼对应一个候选解(即一个城市访问顺序), 可以通过式(11)来评估每个候选解的质量。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & d_{1,2} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & 0 & \cdots & d_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{D}$ 代表无人艇两两巡航点之间的距离矩阵, 满足 $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T$, $d_{i,j}$ 表示巡航点 P_i 和 P_j 之间的距离。该距离矩阵可通过本文所述改进的双向 A 星路径规划算法计算两两巡航点之间的路径所得。

2.3 构建算子

传统灰狼优化算法的使用场景局限于二维连续区间, 其参数和位置更新方程不能直接用于离散版本。故本文对其进行改进, 构建并引入算子对灰狼个体进行位置更新。本文构建了 4 种算子, 以一个 6 个城市的访问顺序为例:

1→2→3→4→5→6。

1) 交换算子(swap operator): 交换第 i 个位置和第 j 个位置的顺序 ($i \neq j, i \geq 1, j \leq n$)。若 $i=2, j=4$, 则变换后的访问顺序为 1→4→3→2→5→6。

2) 插入算子(insert operator): 将第 i 个位置上的城市插入到第 j 个位置上 ($i \neq j, i \geq 1, j \leq n$)。若 $i=2, j=4$, 新的访问顺序为 1→3→4→2→5→6。

3) 移位算子(shift operator): 将第 i 个位置至第 j 个位置上的片段截取下来, 随机插入到一个新的位置 ($i \neq j, i \geq 1, j \leq n$)。若 $i=2, j=4$, 新的访问顺序可能为 1→6→2→3→4→5。

4) 2-opt 算子: 该算子是用于优化路径或序列的一种局部搜索方法, 通过交换路径中两个边的位置, 来寻找一个更优的解。将索引 i 至 j 之间的部分进行反转, 然后再连接起始部分和结束部分。若 $i=2, j=4$, 访问顺序为 1→6→2→3→4→5, 如果新的访问顺序相较于之前变短则采用新路径, 否则不变。

2.4 算法流程

本文采用贪婪算法与随机法结合的方式构造初始种群, 首先以贪婪算法构建一个高质量灰狼个体, 其余个体采用随机法。假设种群数目为 $NIND$, 巡航点数量为 M , 则在 $NIND$ 维的搜索空间中, 灰狼个体 i ($i=1, \dots, NIND$) 的位置为:

$$\mathbf{X}_i = (\mathbf{X}_i^1, \mathbf{X}_i^2, \dots, \mathbf{X}_i^M) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{X}_i^m$ 表示第 i 只灰狼第 M 维度上的值, 即巡航点的序号; 其中 $\mathbf{X}_i^1 \neq \mathbf{X}_i^2 \neq \dots \neq \mathbf{X}_i^M$ 。

在 GWO 中, a ($0 \leq a \leq 2$) 用于控制狼群在捕猎过程中包围猎物的程度, 通过逐渐减小 a 的值, 算法能够逐渐从

全局搜索过渡到局部开发。故针对灰狼个体的位置更新, 本文采用 2.3 节提出的算子根据 a 值提出了分为两个阶段的搜索方式, 在不同阶段采用不同的算子更新灰狼个体的位置。

1) 当 $a \geq 1$ 时, 为帮助算法在早期阶段进行广泛的全局搜索, 采用交换算子或移位算子对灰狼个体进行 $\mathbf{X}_i$ 更新:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{i,1} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\alpha) \\ \mathbf{X}_{i,2} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\beta) \\ \mathbf{X}_{i,3} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\delta) \end{cases} \quad (14)$$

式中: 以 $operator(\mathbf{X}_i, hd_\alpha)$ 为例, 表示对灰狼个体 $\mathbf{X}_i$ 采用交换或移位算子进行 hd_α 次变换。 $hd_\alpha, hd_\beta, hd_\delta$ 计算公式为:

$$\begin{cases} hd_\alpha = Rand[1, hd(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_\alpha)] \\ hd_\beta = Rand[1, hd(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_\beta)] \\ hd_\delta = Rand[1, hd(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_\delta)] \end{cases} \quad (15)$$

式中: hd 表示计算汉明距离, $\mathbf{X}_\alpha, \mathbf{X}_\beta, \mathbf{X}_\delta$ 代表 α, β 和 δ 狼个体。

2) 当 $a < 1$ 时, 为了增强算法的局部搜索能力, 帮助算法在解空间中细致地搜索最优解, 采用插入算子和 2-opt 算子对灰狼个体 $\mathbf{X}_i$ 位置进行更新:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{i,1} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\alpha) + 2 - opt(K) \\ \mathbf{X}_{i,2} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\beta) + 2 - opt(K) \\ \mathbf{X}_{i,3} = operator(\mathbf{X}_i, hd_\delta) + 2 - opt(K) \end{cases} \quad (16)$$

式中: $operator$ 为插入算子, 同时为保证迭代速度, 在每次迭代中只执行一部分 2-opt 操作, K 表示允许的最大交换次数, K 值越大, 迭代速度越慢, 但收敛速度越快。

根据所得到的 $\mathbf{X}_{i,1}, \mathbf{X}_{i,2}, \mathbf{X}_{i,3}$ 个体的位置, 将其中最好的一个作为新的当前狼的位置。

3 仿真试验

为了验证本文提出算法的优越性, 进行 3 个阶段的试验对比。首先单独验证巡航点间路径规划所采用的改进双向 A 星算法的有效性; 其次验证灰狼算法在解决巡航点间排序的典型 TSP 问题中的优越性; 最后将二者结合用于解决无人艇多目标点巡航的路径规划问题。

3.1 两两巡航点路径规划试验

为验证本文提出的改进的双向 A 星路径规划算法, 选取一块 100×100 栅格地图, 每个栅格视为一个单位长度, 与传统 A 星算法、文献[5]算法、文献[6]算法从路径长度、转弯次数、时间开销三方面进行对比试验。试验结果如图 4 和表 1 所示。

由表 1 可知, 传统 A 星算法在路径长度和转弯数上均优于文献[5]和文献[6]中的路径规划算法, 但时间开销很大; 而本文所提出的改进双向 A 星算法并结合二次路径规划大大降低了路径长度和转弯次数, 且时间开销仅次于文献[6]算法。

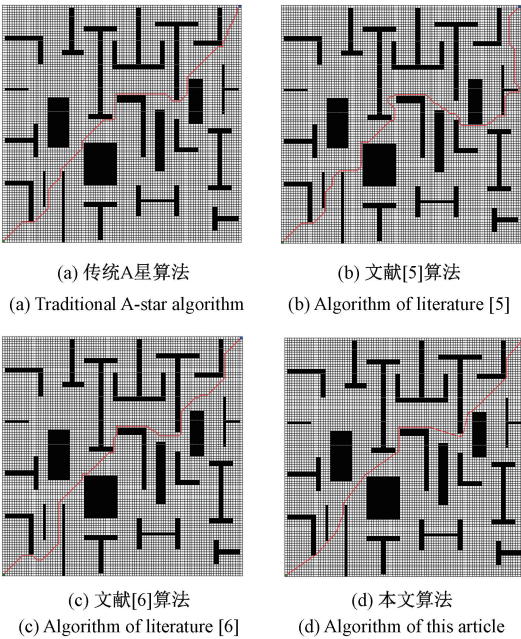


图 4 不同路径规划算法示意图

Fig. 4 Schematic diagram of different path planning algorithms

表 1 不同路径规划算法性能比较表

Table 1 Performance comparison table of different path planning algorithms

算法	路径长度	转弯数	时间开销/ms
传统 A 星	166.59	32	56
文献[5]	202.27	43	29
文献[6]	173.00	27	19
本文	160.35	14	24

3.2 巡航点排序试验

为验证本文所提出的灰狼算法的有效性,随机生成数量为 30、50 的城市坐标,与遗传算法 (genetic algorithm, GA)、粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO)、

蚁群优化算法 (ant colony optimization, ACO) 作对比试验。

种群数设为 100,最大迭代次数为 3 000,当连续 50 次迭代后最优值没有变化则视为收敛,结束迭代。每种算法进行 5 组试验,最终结果取平均值,该部分实验结果如表 2 所示。

表 2 不同 TSP 优化算法性能比较表

Table 2 Performance comparison table of different TSP optimization algorithms

城市个数	算法	路径距离	时间开销/s
50	GA	291.4	10.60
	ACO	294.4	16.16
	PSO	303.2	19.00
	本文	290.3	9.80
100	GA	412.0	55.0
	ACO	429.2	58.4
	PSO	446.6	64.6
	本文	406.6	53.8

根据表 2 可知,在两个不同规模的城市数量测试中,本文改进的灰狼算法在路径距离和时间开销方面均优于传统的 GA、ACO 和 PSO 算法,处理 TSP 问题表现出了最为优异的性能。

3.3 无人艇多目标点巡航试验

上述两个试验证明了本文所提算法的有效性,现将改进的同步 A 星与灰狼算法结合以解决无人艇多目标点巡航问题。同时选取文献[15]和文献[16]的巡航路径规划算法进行对比试验。

采用 100×100 栅格地图,以 (1,1) 为起点和终点坐标 (图中蓝色圆点),分别设置 30 和 50 个巡航点 (图中绿色方点),试验结果如图 5~6 所示。同时,从路径长度、转弯次数、时间开销三方面来比较不同算法的性能,试验结果如表 3 所示。

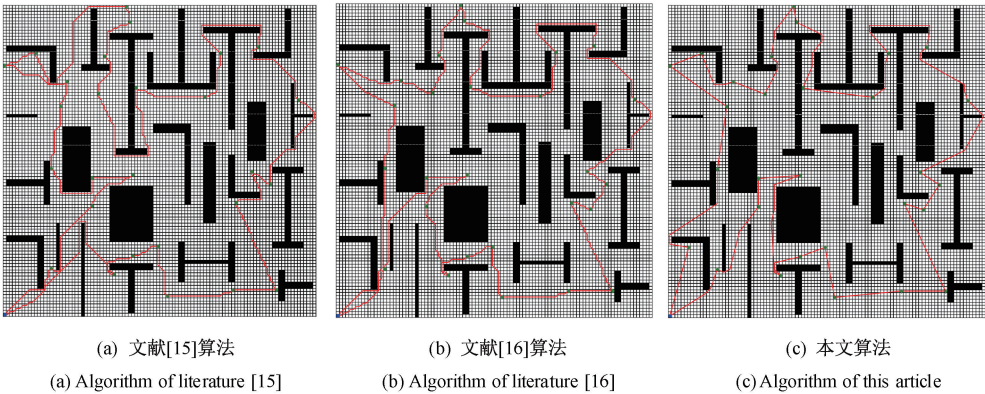


图 5 不同算法的巡航路径规划仿真图 (30 巡航点)

Fig. 5 Cruise path planning simulation diagram of different algorithms (30 cruise points)

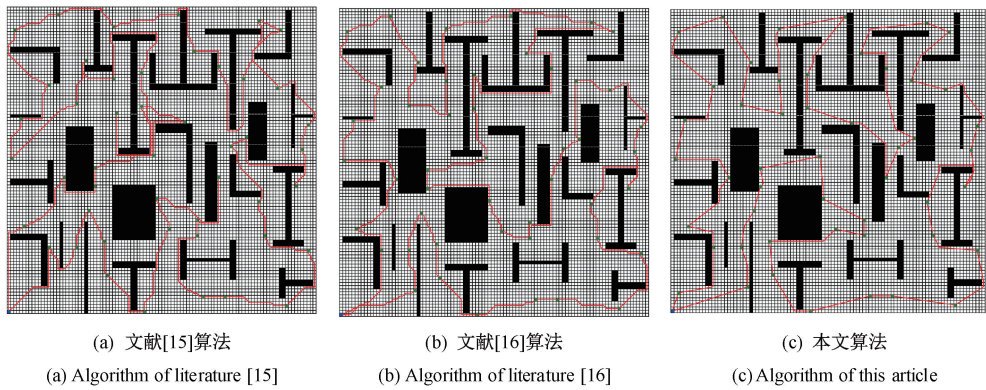


图 6 不同算法的巡航路径规划仿真图(50 巡航点)

Fig. 6 Cruise path planning simulation diagram of different algorithms (50 cruise points)

表 3 不同算法的无人艇巡航路径规划性能表

Table 3 Performance table of unmanned boat cruise path planning with different algorithms

参数	文献[15]算法		文献[16]算法		本文算法	
	30 个	50 个	30 个	50 个	30 个	50 个
路径长度	669.1	1025.3	601.1	845.7	580.2	802.6
转弯数	206	275	202	242	66	88
时间开销/s	10.5	32.9	22.1	66.2	18.3	57.5

根据以上图表可知,在 30 和 50 巡航点数量下的情况下,文献[15]时间花费最小但路径长度最长,原因是其在构建距离矩阵时采用的是欧式距离,但忽略的障碍物的影响,求解出的两两巡航点之间的距离往往并非实际距离,难以求取最优巡航顺序。文献[16]和本文算法以 A 星算法构建距离矩阵,虽时间开销增大,但借此求取的距离矩阵更符合实际情况。

本文所提算法相较文献[16],对 A 星算法也提出了改进,采用双向搜索策略与路径二次规划,在构建距离矩阵阶段降低了时间开销与路径长度,再采用改进了位置更新方式与搜寻方式的灰狼优化算法求解最优巡航顺序,在更短的时间内,得到了一条路径长度更短、转弯次数更少的巡航路径。

4 结 论

针对无人艇多目标点巡航路径规划中两两巡航点距离未知且为非欧氏距离问题,本文提出了一种将改进 A 星算法与灰狼算法结合的路径规划方法。3 个阶段的试验表明,本文方法在路径长度、转弯次数及计算时间上均表现出显著的优势,能够在复杂环境下生成高效且安全的巡航路径,可为无人艇在实际应用中的路径规划问题提供了一种有效的解决方案,具有重要的实际意义。

参考文献

[1] 张妍妍,刘伟超. 无人艇在边海防作战保障中的应用

研究[J]. 水上安全, 2024(8): 7-9.

ZHANG Y Y, LIU W CH. Research on the application of unmanned boats in border and coastal defense combat support[J]. Maritime Safety, 2024(8): 7-9.

[2] 王秀玲,尹勇,赵延杰,等. 无人艇海上搜救路径规划技术综述[J]. 船舶工程, 2023, 45(4): 50-57.

WANG X L, YIN Y, ZHAO Y J, et al. Overview of USV maritime search and rescue path planning technology[J]. Ship Engineering, 2023, 45(4): 50-57.

[3] 陈卓,金建海,周则兴,等. 面向水质监测的无人艇岸基控制系统的设计与实现[J]. 计算机测量与控制, 2022,30(6):107-112.

CHEN ZH, JIN J H, ZHOU Z X, et al. Design and implementation of shore-based control system for unmanned surface vehicle using for water environmental monitoring[J]. Computer Measurement & Control, 2022,30(6):107-112.

[4] 王中玉,曾国辉.改进 A* 算法的机器人全局最优路径规划[J]. 计算机应用,2019,39(9):2517-2522.

WANG ZH Y, ZENG G H. Global optimal path planning for robots with improved A* algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2019, 39(9): 2517-2522.

[5] 吴鹏,桑成军,陆忠华,等. 基于改进 A* 算法的移动机器人路径规划研究[J]. 计算机工程与应用, 2019, 55(21):227-233.

WU P, SANG CH J, LU ZH H, et al. Research on mobile robot path planning based on improved A* algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2019, 55(21):227-233.

[6] 孔继利,张鹏坤,刘晓平. 双向搜索机制的改进 A* 算法研究[J]. 计算机工程与应用,2021,57(8):231-237.

KONG J L, ZHANG P K, LIU X P. Research on improved A* algorithm of bidirectional search mechanism[J]. Computer Engineering and Applications,

- 2021,57(8):231-237.
- [7] 唐嘉宁,彭志祥,李孟霜,等.基于改进 A* 算法的无人机路径规划研究[J]. 电子测量技术,2023,46(8):99-104.
TANG J N, PENG ZH X, LI M SH, et al. Research on UAV path planning based on improved A* algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(8):99-104.
- [8] 张立毅,高杨,费腾,等.求解旅行商问题的搜寻者遗传算法[J]. 数学的实践与认识,2019,49(7):115-122.
ZHANG L Y, GAO Y, FEI T, et al. A searcher's genetic algorithm that solves the traveling salesman problem[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2019,49(7):115-122.
- [9] 叶多福,刘刚,何兵.一种多染色体遗传算法解决多旅行商问题[J]. 系统仿真学报,2019,31(1):36-42.
YE D F, LIU G, HE B. Multi-chromosome genetic algorithm for multiple traveling salesman problem[J]. Journal of System Simulation, 2019,31(1):36-42.
- [10] 梁星星,马扬,冯旻赫,等.面向多旅行商问题的多目标模拟退火算法研究[J]. 南京师大学报(自然科学版),2017,40(3):80-86.
LIANG X X, MA Y, FENG Y H, et al. Research on Multi-objective simulated annealing algorithm for Multi-traveling salesman problem [J]. Journal of Nanjing Normal University(Natural Science Edition), 2017,40(3):80-86.
- [11] 孙鉴,刘淞佐,武晓晓,等.基于 Spark 的并行模拟退火算法求解 TSP[J]. 电子测量技术,2022,45(4):53-58.
SUN J, LIU S Z, WU X X, et al. Solving TSP based on Spark-based parallel simulated annealing algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(4):53-58.
- [12] 易云飞,林晓东,蔡永乐.求解旅行商问题的改进粒子群算法[J]. 计算机工程与设计,2016,37(8):2195-2199,2223.
YI Y F, LIN X D, CAI Y L. Improved particle swarm optimization algorithm for solving traveling salesman problem [J]. Computer Engineering and Design, 2016,37(8):2195-2199,2223.
- [13] 韩林萍,朱昊云,谢梦敏,等.基于 PSO 算法的商旅问题探讨[J]. 河南科技,2024,51(10):32-35.
HAN L P, ZHU H Y, XIE M M, et al. Discussion on business travel problem based on PSO algorithm [J]. Henan Science and Technology, 2024,51(10):32-35.
- [14] SOPTO D S, AYON S I, AKHAND M A H, et al. Modified grey wolf optimization to solve traveling salesman problem[C]. 2018 International Conference on Innovation in Engineering and Technology(ICIET). IEEE, 2018: 1-4.
- [15] 孟浩德,吴征天,吴闻笛,等.基于改进模拟退火算法的灭火小车多目标路径规划[J]. 计算机与数字工程,2024,52(2):394-398.
MENG H D, WU ZH T, WU W D, et al. Multi-objective path planning of fire fighting vehicle based on monotone simulated annealing algorithm and A* algorithm[J]. Computer & Digital Engineering, 2024, 52(2):394-398.
- [16] 黄森,郝真鸣,冉宁,等.配电室巡检机器人多目标路径规划算法[J]. 电子测量技术,2024,47(6):49-57.
HUANG M, HAO ZH M, RAN N, et al. Multi-target point path planning algorithm for inspection robots in power distribution rooms [J]. Electronic Measurement Technology, 2024,47(6):49-57.
- [17] 郭小莹,赵淑苹.机器人路径规划中的算法研究综述[J]. 无线电工程,2024,54(11):2664-2671.
GUO X Y, ZHAO SH P. A survey of algorithms in robot path planning[J]. Radio Engineering, 2024,54(11):2664-2671.
- [18] TANG G, TANG C, CLARAMUNT C, et al. Geometric A-star algorithm: An improved A-star algorithm for AGV path planning in a port environment [J]. IEEE Access, 2021, 9: 59196-59210.
- [19] 袁钰婷,高岳林,左汶鹭.渐进式分组狩猎的灰狼优化算法及其工程应用[J]. 计算机应用研究,2024,41(5):1409-1419.
YUAN Y T, GAO Y L, ZUO W L. Grey wolf optimization algorithm based on progressive grouping hunting mechanism and its engineering applications[J]. Application Research of Computers, 2024,41(5):1409-1419.
- [20] HOU Y X, GAO H B, WANG Z J, et al. Improved grey wolf optimization algorithm and application[J]. Sensors, 2022, 22(10): 3810.

作者简介

王敏,博士,教授,主要研究方向为海上设备路径规划、海洋气象、信号与信息处理、深度学习等。

E-mail:yu0801@163.com

石明航(通信作者),硕士研究生,主要研究方向为无人艇路径规划、海洋风险评估、海洋数据插值等。

E-mail:1305781778@qq.com

洪梅,博士,副教授,主要研究方向为海洋环境风险评估和影响仿真。

E-mail:flowerrainhm@126.com

黎永顺,硕士研究生,主要研究方向为海上设备路径规划等。

E-mail:2829146497@qq.com

田子康,硕士研究生,主要研究方向为海上舰船风险评估等。

E-mail:1139461571@qq.com