

基于蚁群算法和蝙蝠算法的多点路径规划

方敏 金世俊

(东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

摘要: 本文针对移动机器人多点路径规划问题,提出一种综合蚁群算法和蝙蝠算法的路径规划算法。利用蚁群算法建立节点之间的最短路径网络,在传统蚁群算法中引入了指向角和转向角作为启发信息,采用奖惩机制优化信息素更新方式,降低了路径的转折次数和转折角度,提高了算法的收敛速度。结合最短路径网络建立多点路径规划的目标函数,在求解最优节点访问顺序时,改进了蝙蝠算法结构,引入分层搜索方式和新的局部寻优机制,提高了蝙蝠算法的求解精度、速度和稳定性。通过仿真实验表明,本文所提出的算法能够有效解决多点路径规划问题,相比于现有算法,计算复杂度更低,搜索效率更高,整体路径更平滑,长度更短。

关键词: 蚁群算法;蝙蝠算法;移动机器人;多点路径规划

中图分类号: TP242;TN96 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Multi-point path planning based on ant colony algorithm and bat algorithm

Fang Min Jin Shijun

(School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Aiming at the multi-point path planning problem of mobile robots, a path planning algorithm combining ant colony algorithm and bat algorithm is proposed in this paper. The ant colony algorithm is used to establish the shortest path network between nodes. The pointing angle and turning angle are introduced as heuristic information in the traditional ant colony algorithm to reduce the paths' turning times and turning angles. The reward and punishment mechanism is used to optimize the pheromone updating mode and improve the convergence speed of the algorithm. The objective function of multi-point path planning is based on the shortest path network. When solving the optimal node access order, the structure of the bat algorithm is improved, the hierarchical search method and a new local optimization mechanism are introduced, and the bat algorithm's solving accuracy, speed, and stability are improved. The simulation results demonstrate that the proposed algorithm effectively addresses the issue of multi-point path planning. In comparison to existing algorithms, it exhibits lower computational complexity, higher search efficiency, smoother overall paths, and shorter lengths.

Keywords: ant colony algorithm; bat algorithm; mobile robot; multipoint path planning

0 引言

随着电子、导航、计算机相关领域的发展,移动机器人技术也逐步成熟。移动机器人是一种能够在不同环境下自主移动和执行任务的机器人,广泛的应用于制造业、仓储物流、医疗保健、农业和服务业之中。路径规划是移动机器人技术研究中的核心内容之一,其主要目的是在具有障碍物的环境地图中,规划出一条从起点到终点的无碰撞最优路径^[1]。但在实际应用过程中,往往还要求移动机器人必须经过多个目标位置,例如机器人巡逻、物料配送等。这一类路径规划问题称为多点路径规划问题,可分解为两点之间最短路径问题和旅行商问题(travelling salesman problem,

TSP),具体求解步骤为:第一步建立节点之间的最短路径网络;第二步在最短路径移动网络中规划节点最优访问顺序,完成移动机器人全局路径规划。

两点之间路径规划问题,目前国内外专家学者提出了许多方法,例如:传统搜索算法,包括 Dijkstra 算法^[2]、A* 算法^[3]、D* 算法^[4]、人工势场法^[5]等;基于随机采样的算法,包括 RRT 算法^[6]、PRM 算法^[7]等;智能仿生算法,包括遗传算法^[8]、蚁群算法^[9]等。蚁群算法是模仿自然界蚂蚁的觅食行为而衍生出的元启发算法。该算法具有并行处理、分布式计算和较强的鲁棒性,被广泛的应用于移动机器人路径规划领域。但是蚁群算也存在出现收敛速度慢,且

式中: θ_1 是本次待移动方向相对与上一次移动方向的夹角, 记为转向角; θ_2 是本次带移动方向与当前点和目标点连线方向的夹角, 记为指向角。

由式(2)可以看出 ϕ 的值随转向角 θ_1 的增大而减小, 随指向角 θ_2 的减小而增大。这表明蚂蚁在移动过程中会优先朝着目标点方向选择转向角更小的节点, 从而提高了路径搜索效率, 同时降低了搜索结果中频繁转向的可能性。改进后的状态转移概率函数如下:

$$p_{ij}^{(k)}(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_j(t)]^\beta [\psi_{ij}(t)]^\gamma}{\sum_{s \in allow} [\tau_{is}(t)]^\alpha [\eta_j(t)]^\beta [\psi_{is}(t)]^\gamma}, & j \in allow_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中: ψ_{ij} 是移动方向启发函数, γ 是 ψ_{ij} 的调节因子, 表征其重要程度。

2) 信息素更新策略的改进

在蚁群算法中, 信息素浓度影响蚂蚁对路径的选择。高浓度的信息素会吸引更多的蚂蚁选择相同的路径, 从而使得该路径上的信息素浓度不断增加, 进一步吸引更多的蚂蚁, 形成正反馈循环。为避免劣质路径上信息素浓度对后续迭代的影响, 加快算法收敛速度, 本文提出一种新的信息素更新机制。在每次迭代后对获得的路径按长度进行降序排序, 以中位数为分界线。对大于中位数的路径上的信息素进行惩罚, 对小于中位数的路径上的信息素进行奖励, 具体如下:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \frac{Q}{L_k} + \varphi_1 \frac{L_{median} - L_k}{L_{median}} + \varphi_2 \frac{L_{global} - L_k}{L_{global}} \quad (5)$$

式中: ρ 为信息素挥发系数; $\Delta\tau_{ij}^k$ 为节点 i 到节点 j 信息素浓度增量; Q 为信息素强度; L_k 为第 k 只蚂蚁的路线长度, L_{median} 为本次迭代路径的中位数, L_{global} 为全局最优路径长度, φ_1, φ_2 为权重系数。

1.3 最短路径网络构建

利用上述改进蚁群算法可以在栅格地图中求解出任意两个节点之间的路径。该路径是由可行节点序列连接成的折线段。因此会不可避免的存在一些冗余节点, 为进一步减少路径长度, 降低移动机器人转向次数, 采用文献[11]中的平滑算法对蚁群算法求解得到的路径进一步优化, 删除冗余节点, 输出更加优质的路径。

若在栅格地图中有 n 个待访问的节点, 按上述方法求解得到任意两点之间的最短路径, 构建最短路径网络矩阵 R 如下:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & 0 & \cdots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

式中: R_{ij} 是节点 i 到节点 j 的路径矩阵, 满 $R_{ij} = R_{ji}$ 。

2 基于蝙蝠算法的最优巡逻顺序

2.1 问题建模

节点最优访问顺序问题本质是 TSP 问题, 可用无向有权图 $G = (V, E)$ 表示该问题的规模。其中, $|V| = n$ 表示有 n 个待访问的节点; E 表示节点 i 到节点 j 的路径, 由路径网络矩阵 R 中 R_{ij} 表示, E 的权重即为对应路径的长度, 用 d_{ij} 表示。移动机器人需要按顺序 $\tilde{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ 进行巡逻, 使得距离函数 $D(\tilde{x})$ 最小, 数学表达如下:

$$D(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} d_{s_i s_{i+1}} + d_{s_n s_1} \quad (6)$$

式中: $d_{s_i s_{i+1}}$ 为序列 $\tilde{s}$ 中节点 s_i 到节点 s_{i+1} 的距离。

2.2 改进蝙蝠算法

蝙蝠算法是模拟蝙蝠捕食的行为, 将种群中的蝙蝠个体映射成搜索空间的可行解, 每个蝙蝠以速度 v_i 在位置 x_i 飞行, 同时蝙蝠具有不同声波频率 f_i 、响度 A_i 和脉冲发射率 r_i 。蝙蝠狩猎和发现猎物时, 它改变频率、响度和脉冲发射率, 进行最佳解的选择, 直到迭代停止或条件得到满足。

迭代过程中根据式(7)~(9)更新频率、速度和位置。

$$f_i = f_{\min} + (f_{\max} - f_{\min})\beta \quad (7)$$

$$v_i^t = v_i^{t-1} + [x_i^{t-1} - x_{best}] f_i \quad (8)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (9)$$

式中: $\beta \in [0, 1]$, 是一个随机向量, x_{best} 是当前最优解。响度和脉冲发射率根据式(10)~(11)更新。

$$A_i^{t+1} = \epsilon A_i^t \quad (10)$$

$$r_i^{t+1} = r_i^t [1 - e^{-\lambda t}] \quad (11)$$

式中: ϵ 和 γ 为常数且 $0 < \epsilon < 1, \lambda > 0$ 。

传统蝙蝠算法中, 每只蝙蝠在搜索空间中的速度和位置都是连续变化的, 针对节点最优访问顺序这种离散问题, 需要对速度和位置的更新方式做离散化处理。在离散问题中将不再考虑频率的概念, 只考虑蝙蝠速度的更新, 并通过速度求解下一次迭代时蝙蝠位置的改变。由式(8)可以看出, t 时刻蝙蝠 i 的速度取决于 $t-1$ 时刻蝙蝠 i 的速度以及蝙蝠 i 和种群中最优蝙蝠的距离。在 TSP 问题中, 每只蝙蝠代表一种节点访问顺序, 本文采用汉明距离^[27]表示不同访问顺序的差异。与传统蝙蝠算法一致, 将蝙蝠 i 的速度更新与蝙蝠 i 的位置和最优蝙蝠的位置联系起来, 引入汉明距离建立函数关系, 具体如下:

$$v_i^t = \text{random}[1, HD(x_i^{t-1}, x_{best})] \quad (12)$$

式中: $HD(x_i^t, x_{best})$ 表示蝙蝠 i 的和最优蝙蝠之间的汉明距离, random 是在 $[1, HD(x_i^{t-1}, x_{best})]$ 取随机整数。

在迭代过程中, 若蝙蝠 i 与最优蝙蝠之间的汉明距离 $HD(x_i^{t-1}, x_{best}) \geq n/2$, 则表明蝙蝠 i 与最优蝙蝠距离较远, 此时蝙蝠 i 应进行大范围搜索; 相反地, 若蝙蝠 i 与最优蝙蝠之间的汉明距离 $HD(x_i^{t-1}, x_{best}) < n/2$, 则表明蝙蝠 i 与最优蝙蝠距离较近, 此时蝙蝠 i 应进行小范围搜索。本

文引入部分匹配交叉算子(Partial Match Crossover, PMX)和两元素优化方法(2-optimization, 2-opt)进行分层搜索,其中 PMX 算子用于大范围搜索,2-opt 算子用于小范围搜索。具体做法如下:

步骤 1) 计算蝙蝠 i 和最优蝙蝠之间的汉明距离 $HD(\mathbf{x}_i^t, \mathbf{x}_{best})$, 并根据式(12) 计算 $\mathbf{v}_i^t$ 。

步骤 2) 若 $HD(\mathbf{x}_i^{t-1}, \mathbf{x}_{best}) \geq n/2$, 以 $\mathbf{x}_i^{t-1}$ 和 $\mathbf{x}_{best}$ 为父代做 $\mathbf{v}_i^t$ 次 PMX 操作, 记录每次操作得到的子代并进行对比, 选取最优子代作为本次迭代后的 $\mathbf{x}_i^t$ 。若 $HD(\mathbf{x}_i^{t-1}, \mathbf{x}_{best}) < n/2$, 对 $\mathbf{x}_i^{t-1}$ 做 $\mathbf{v}_i^t$ 次的 2-opt 操作, 记录每次操作后的结果并对比, 选择最优结果作为本次迭代后的 $\mathbf{x}_i^t$ 。

步骤 3) 生成随机数 $rand_1$, 若 $rand_1 > r_i$, 则在最优解 $\mathbf{x}_{best}$ 中随机挑选两个节点, 并将前一个节点插到后一个节点的后面, 生成一个新解。

步骤 4) 生成随机数 $rand_2$, 若 $rand_2 > A_i$ 且步骤 3 生成的新解更优, 则接受新解, 并根据式(10)和(11)更新 A_i 和 r_i 。

2.3 改进蝙蝠算法步骤

改进蝙蝠算法的流程图如图 2 所示, 其具体步骤如下:

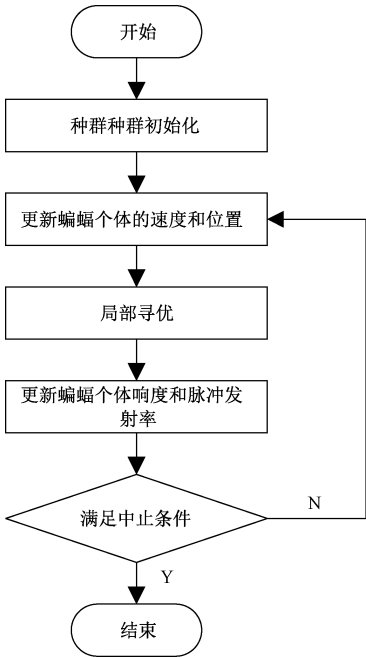


图 2 改进蝙蝠算法流程图

Fig. 2 Flow chart of improved bat algorithm

步骤 1) 初始化蝙蝠种群的速度、位置、响度和脉冲发射率, 设置算法最大迭代次数。

步骤 2) 由式(6)计算蝙蝠个体适应度值并确定当前最优解。

步骤 3) 按照 2.2 节所述方法更新蝙蝠个体的速度和位置, 按一定概率在当前最优解附近进行局部寻优, 确定新的全局最优解。

步骤 4) 根据式(10)和(11)更新响度和脉冲发射率。
步骤 5) 判断是否达到最大迭代次数, 若已到达, 则输出全局最优解; 否则回到步骤 3, 继续下一轮迭代。

3 仿真实验与分析

为验证本文改进算法的有效性, 利用 MATLAB 2021b 软件在 Window11 操作平台下进行仿真实验。本文设置 30×30 的栅格地图环境, 并在地图中随机设置了 12 个待访问节点, 如图 3 所示。

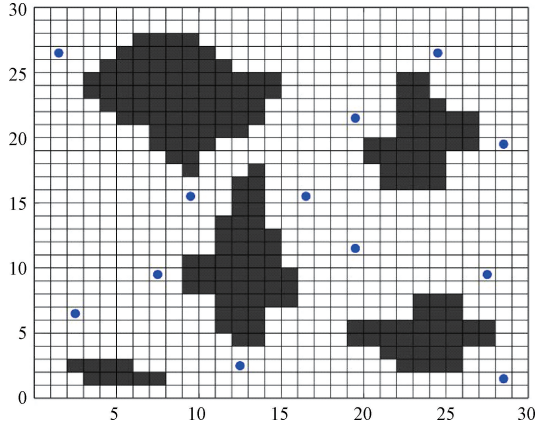


图 3 栅格地图及节点

Fig. 3 Grid map and nodes

改进蚁群算法的参数设置为: 迭代次数 100, 蚂蚁数量 50, $\alpha = 1.5, \beta = 8, \gamma = 2.5, \rho = 0.4$ 。改进蝙蝠算法的参数设置为: 迭代次数 100, 蝙蝠个数 50, $\epsilon = 0.98, \lambda = 0.98$ 。

建立最短路径网络需要求解任意两点之间的路径, 以点(1.5, 26.5)和点(28.5, 1.5)为例, 分别使用传统蚁群算法、文献[14]算法和本文改进蚁群算法规划路径, 结果如图 4 所示, 3 种算法的性能对比如表 1 所示。分析表 1 可知, 相比于传统蚁群算法和文献[14]算法, 本文改进蚁群算法在求解的路径长度分别缩短 7.62% 和 3.75%, 转向次数分别减少 5 次和 3 次, 转向角度分别缩小了 47.15% 和

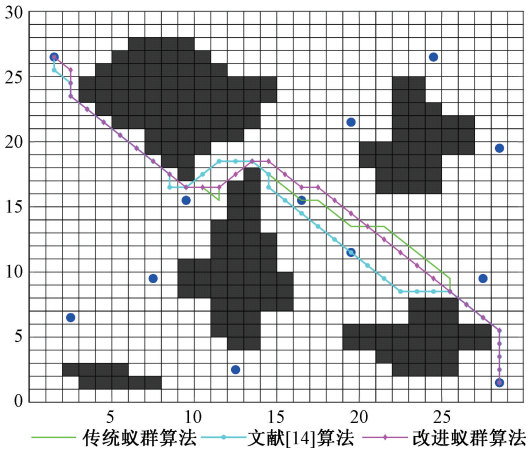


图 4 3 种蚁群算法规划路径对比

Fig. 4 Comparison of planning paths of three ant colony algorithms

表 1 算法性能对比

Table 1 Performance comparison of algorithms

参数	传统蚁群 算法	文献[14] 算法	改进蚁群 算法
路径长度/m	45.53	43.70	42.06
转向次数	14	12	9
转向角度/rad	13.38	11.02	7.07
算法运行时间/s	20.8	18.6	15.8
收敛迭代次数	56	52	48

35.84%,收敛速度分别增加 24.04%和 17.2%。实验结果表明,改进蚁群算法的综合性能优于传统蚁群算法和文献[14]算法。

利用本文改进蚁群算法求解任意两个节点之间的路径,并删除冗余节点,建立节点之间的最短路径网络,如图 5 所示。在最短路径网络的基础上利用了改进蝙蝠算法求解节点最优访问顺序,结果如图 6 所示。

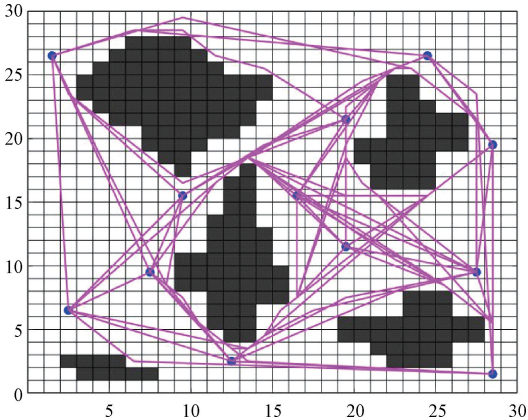


图 5 最短路径网络

Fig. 5 Shortest path network

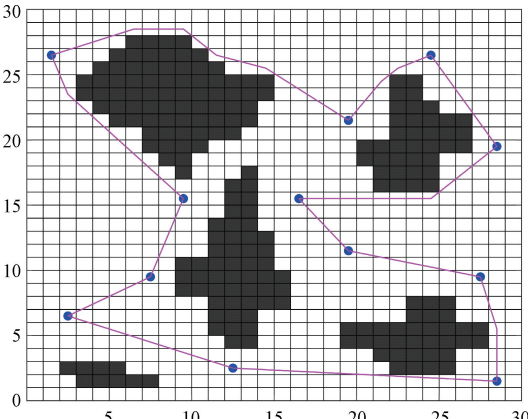


图 6 节点最优访问顺序

Fig. 6 Optimal access sequence of nodes

为进一步验证本文改进蝙蝠算法在求解节点最优访问顺序时的性能,分别使用本文改进蝙蝠算法、文献[25]算法、遗传算法^[28]、粒子群算法^[29]和模拟退火算法^[30]在同一

最短路径网络中做 30 组对比实验,实验结果如表 2 所示。图 7 所示为上述四种算法在求解过程中的收敛趋势对比。

表 2 30 组对比实验结果

Table 2 Results of 30 groups of comparative experiments

算法	最短 距离/m	最长 距离/m	平均 距离/m	方差
改进蝙蝠算法	122.02	123.98	122.74	0.95
文献[25]算法	122.88	125.94	123.46	1.83
遗传算法	123.04	127.27	124.27	2.59
粒子群算法	123.67	129.18	124.55	3.43
模拟退火算法	125.94	131.02	128.32	5.46

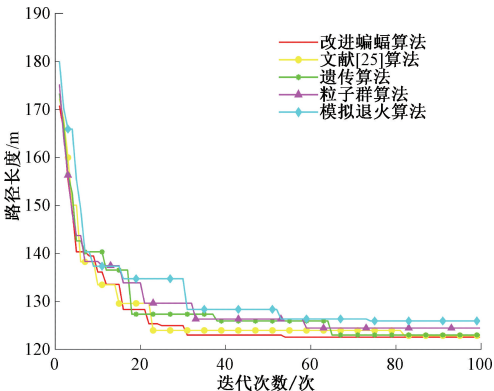


图 7 五种算法收敛趋势对比

Fig. 7 Comparison of convergence trends of the five algorithms

由表 2 及图 7 可知,本文改进蝙蝠算法在求解节点最优访问顺序时相比于文献[25]中蝙蝠算法以及另外 3 种算法,在收敛速度和解的精确度方面都有提升,同时在多次重复实验中展现出更强的稳定性。

为验证本文所提两种相结合算法在解决移动机器人多点路径规划整体上的性能,在同一栅格地图上设置不同数量的待访问节点,分别使用本文算法和单一改进算法,如文献[31]以及其他融合算法,如文献[32],做对比实验,结果如图 8 所示。结果表明本文算法在整体上计算复杂度更低,求解时间更短。

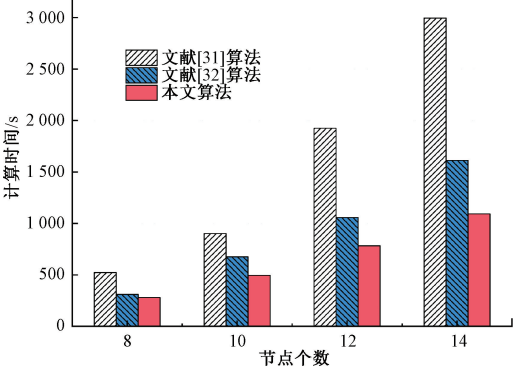


图 8 3 种算法计算时间对比

Fig. 8 Comparison of calculation time of the three algorithms

4 结 论

本文主要研究移动机器人多点路径规划问题,将该问题分解成两个子问题,分别是建立各节点之间的最短路径网络问题和节点最优访问顺序问题。在建立最短路径网络时,在传统蚁群算法中引入转向角和指向角作为新的启发信息,使得输出的路径更加平滑,提高了移动机器人行驶的平稳性和安全性,同时提出新的信息素更新策略,提高了蚁群算法的收敛速度。针对节点最优访问顺序问题,本文提出的改进蝙蝠算法在收敛速度、解的精度和稳定性方面都展现出一定的优势。在求解移动机器人多点路径规划问题上,本文所提两种相结合的算法在整体上求解效率更高。

参考文献

- [1] 王旭,朱其新,朱永红. 面向二维移动机器人的路径规划算法综述[J]. 计算机工程与应用, 2023, 59(20): 51-66.
WANG X, ZHU Q X, ZHU Y H. A review of path planning algorithms for two-dimensional mobile robots[J]. Computer Engineering and Applications, 2023, 59(20): 51-66.
- [2] 巩慧,倪翠,王朋,等. 基于 Dijkstra 算法的平滑路径规划方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(2): 535-541.
GONG H, NI C, WANG P, et al. Smooth path planning method based on Dijkstra algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2024, 50(2): 535-541.
- [3] 姜媛媛,张阳阳. 改进 8 邻域节点搜索策略 A* 算法的路径规划[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(5): 234-241.
JIANG Y Y, ZHANG Y Y. Path planning with improved 8 neighborhood node search strategy A* algorithm[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(5): 234-241.
- [4] ZHENG CH CH, KE F Y, TANG Q Q. Simulation of autonomous navigation based on improved D* and gm-apping algorithm[J]. Computer Simulation, 2023, 40(10): 452-457.
- [5] 谢春丽,陶天艺,李佳浩. 基于改进人工势场法的路径规划研究[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2023, 41(6): 998-1006.
XIE CH L, TAO T Y, LI J H. Research on path planning based on improved artificial potential field method[J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2023, 41(6): 998-1006.
- [6] 侯宇翔,高焕兵,汪子健,等. 改进 RRT 的移动机器人路径规划算法[J]. 电子测量技术, 2022, 45(16): 47-52.
HOU Y X, GAO H B, WANG Z J, et al. Improved path planning algorithm of mobile robot with RRT[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(16): 47-52.
- [7] 林俊志,席万强,周俊,等. 基于改进 PRM 和 APF 的移动机器人路径规划[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(12): 1-6.
LIN J ZH, XI W Q, ZHOU J, et al. Path planning of mobile robot based on improved PRM and APF[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(12): 1-6.
- [8] 吴振,吴红兰. 基于改进遗传算法的无人机航路规划[J]. 电子测量技术, 2021, 44(24): 52-58.
WU ZH, WU H L. UAV route planning based on improved genetic algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(24): 52-58.
- [9] ALI H, GONG D, WANG M, et al. Path planning of mobile robot with improved ant colony algorithm and MDP to produce smooth trajectory in grid-based Environment[J]. Frontiers in Neurorobotics, 2020, 14: 477003.
- [10] 周凌云. 几种典型群智能算法及其更新机制研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2018.
ZHOU L Y. Research on several typical swarm intelligence algorithms and their updating mechanisms [D]. Wuhan: Wuhan University, 2018.
- [11] 刘泽,金世俊,王庆. 基于改进蚁群算法的移动机器人二维路径规划[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(10): 149-152.
LIU Z, JIN SH J, WANG Q. Two-dimensional path planning for mobile robots based on improved ant colony algorithm [J]. Sensors and Microsystems, 2020, 39(10): 149-152.
- [12] 陈志新,闫昊炜,张昕宇,等. 基于改进蚁群算法的 B2B 城配模式下车辆路径优化[J]. 公路交通科技, 2023, 40(7): 231-238.
CHEN ZH X, YAN H W, ZHANG X Y, et al. Vehicle routing optimization in B2B city allocation model based on im-proved ant colony algorithm [J]. Journal of Highway and Transportation Science and Technology, 2023, 40(7): 231-238.
- [13] LIU H, LEE A, LEE W, et al. DAACO: Adaptive dynamic quantity of ant ACO algorithm to solve the traveling salesman problem[J]. Complex & Intelligent Systems, 2023, 9(4): 4317-4330.
- [14] GU CH L, FENG AN S, WANG G ZH, et al. Robot path planning of improved adaptive ant colony system algorithm based on Dijkstra[J]. Journal of Robotics, 2022, 2022: 9229155.
- [15] MOSAYEBI M, SODHI M, WETTERGREN T A. The traveling salesman problem with job-times [J].

- Computers & Operations Research, 2021, 129: 105226.
- [16] HUANG X L, ZHANG L F, TANG X W. Path planning method of home appliance recycling vehicle based on improved genetic algorithm[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2024, 52(1): 27-34.
- [17] YUE X, ZHANG CH F, ZH W, et al. Track planning based on A-Star and improved simulated annealing algorithm[J]. Control Engineering, 2020, 27(8): 1365-1371.
- [18] 白秋产. 基于改进 PSO 算法的 WSN 移动 Sink 路径规划算法[J]. 传感技术学报, 2020, 33(5): 733-737.
BAI Q CH. WSN mobile sink path planning algorithm based on improved PSO algorithm[J]. Chinese Journal of Sensor Technology, 2020, 33(5): 733-737.
- [19] 王永, 吕致为. 基于基因库求解旅行商问题的遗传算[J]. 计算机应用研究, 2023, 40(11): 3262-3268.
WANG Y, LYU ZH W. Genetic computing for solving traveling salesman problem based on gene bank [J]. Applied Research of Computers, 2023, 40 (11): 3262-3268.
- [20] 陈晟宗, 张纪会, 于守水等. 求解旅行商问题的波动温控模拟退火算法 [J]. 控制与决策, 2023, 38 (4): 911-920.
CHENG SH Z, ZHANG J H, YU SH SH, et al. Wave temperature control simulated annealing algorithm for solving traveling salesman problem[J]. Control and Decision, 2023, 38(4): 911-920.
- [21] WANG Y, WEI Y, WANG X, et al. A clustering-based extended genetic algorithm for the multidepot vehicle routing problem with time windows and three-dimensional loading constraints [J]. Applied Soft Computing, 2023, 133: 109922.
- [22] 李婷, 张楠, 吕志民, 等. 基于偏序对改进蝙蝠算法的旅行商问题研究 [J]. 科学技术与工程, 2020, 20(33): 13735-13739.
LI T, ZHANG N, LYU ZH M, et al. Research on improved bat algorithm based on partial order for traveling salesman problem [J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(33): 13735-13739.
- [23] 张瑾, 洪莉, 戴二壮. 求解带容量和时间窗约束车辆路径问题的改进蝙蝠算法[J]. 计算机工程与科学, 2021, 43(8): 1479-1487.
ZHANG J, HONG L, DAI ER ZH. Improved bat algorithm for vehicle routing problem with capacity and time window constraints [J]. Computer Engineering and Science, 2021, 43(8): 1479-1487.
- [24] LIU L, LUO S, GUO F, et al. Multi-point shortest pat-h planning based on an improved discrete bat algorithm [J]. Applied Soft Computing, 2020, 95: 106498.
- [25] WORASAN K, SETHANAN K, MOONSRI K, et al. The multi-product vehicle routing problem with cross-docking: a novel strategy hybrid bat algorithm for industry 3.5 in Thailand's food industry [J]. International Journal of Logistics Research and Applications, 2022, 27(2): 284-308.
- [26] 冉宁, 杨宏飞, 张家明, 等. 基于改进蚁群算法的无人机三维航迹规划[J]. 电子测量技术, 2023, 46(20): 41-49.
RAN N, YANG H F, ZHANG J M, et al. Three dimensional path planning of UAV based on improved ant colony algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(20): 41-49.
- [27] ZHANG B, GUAN X, PARDALOS P M, et al. An algorithm for solving the shortest path Improvement problem on rooted trees under unit hamming distance[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2018, 178(2): 538-559.
- [28] SINGH P, SINGH R K, JOSHI D, et al. Knowledge application to crossover operators in genetic algorithm for solving the traveling salesman problem [J]. International Journal of Software Innovation 2022, 10(1): 1-20.
- [29] EMAMBOCUS B A S, JASSER M B, HAMZAH M, et al. An enhanced swap sequence-based particle swarm optimization algorithm to solve TSP[J]. IEEE Access, 2021, 9: 164820-164836.
- [30] ILHAN I. An improved simulated annealing algorithm with crossover operator for capacitated vehicle routing problem[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2021, 64: 100911.
- [31] LIU X ZH, LIU J S. Distribution routing problem based on directional mutation cuckoo search algorithm[J]. Computer Science, 2019, 46(7): 165-171.
- [32] 刘伯威. 基于改进 PSO 与 RRT 的智能车辆路径规划研究[D]. 太原: 中北大学, 2023.
LIU B W. Research on intelligent vehicle path planning based on improved PSO and RRT[D]. Taiyuan: North University of China, 2023.

作者简介

方敏, 硕士研究生, 主要研究方向为移动机器人运动控制与路径规划。

E-mail: 2427514787@qq.com

金世俊(通信作者), 副教授, 硕士研究生导师, 主要研究方向为服务机器人的环境检测及信息融合、路径规划、地图创建、图像分析、运行控制, 水声测试用系统及装备。

E-mail: jinsj@seu.edu.cn