

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2210558

积分对象模型预测控制研究

张帅杰¹ 臧春华¹ 苏宝玉² 孟庆鑫²

(1. 沈阳化工大学信息工程学院 沈阳 110142; 2. 沈阳华控科技发展有限公司 沈阳 110179)

摘要: 预测控制系统存在响应时间较大或者包含积分环节的非自衡对象系统时,为改善控制效果,需要加大预测时域,由于优化存在于预测时域中,数值求解过程可能随着预测时域过长陷入病态。为此,提出一种指数加权的渐进稳定优化策略。首先,对状态空间模型重构以嵌入积分作用简化反馈校正环节,同时引入 Laguerre 函数进一步提升 MPC 执行效率;然后,在预测控制设计中使用指数加权将模型特征值规定在单位圆内,保证模型的稳定;最后,通过修改权重矩阵实现长预测时域优化控制的闭环渐近稳定性。对包含积分对象的单变量及多变量系统进行仿真验证,仿真结果表明:提出的 MPC 算法可有效避免数值解病态,同时提升系统的动态及稳态性能。

关键词: 积分对象;模型预测控制;指数加权;模型重构

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

Research on model predictive control of integral object

Zhang Shuaijie¹ Zang Chunhua¹ Su Baoyu² Meng Qingxin²(1. College of Information Engineering, Shenyang University of Chemical Technology, Shenyang 110142, China;
2. Shenyang HuaKong Technology Development Co., Ltd., Shenyang 110179, China)

Abstract: When the predictive control system has a large response time or a non-self-balancing object system with integral element, it is necessary to increase the prediction time domain to improve the control effect. Since optimization exists in the prediction time domain, the numerical solution process may fall into a pathological state as the prediction time domain is too long. Therefore, an exponential weighted asymptotic stability optimization strategy is proposed. Firstly, the state space model is reconstructed by embedding integral function to simplify the feedback correction link, and Laguerre function is introduced to further improve the MPC execution efficiency; Then, in the predictive control design, exponential weighting is used to specify the model eigenvalue in the unit circle to ensure the stability of the model; Finally, the closed-loop asymptotic stability of long predictive time domain optimal control is achieved by modifying the weight matrix. The simulation results of single variable and multivariable systems with integral objects show that the proposed MPC algorithm can effectively avoid ill conditioned numerical solutions and improve the dynamic and steady-state performance of the system.

Keywords: integral object; model predictive control; exponential weighting; model reconstruction

0 引言

模型预测控制(model predictive control, MPC)是一种广泛运用于工业控制中的高级控制算法^[1],MPC 技术在过程控制中位于 PID 控制上一级,MPC 控制器的输出可作为 PID 控制器的设定值,PID 控制器通过操纵变量实现控制,同时 MPC 控制器可直接控制操纵变量对过程进行优化控制。MPC 技术的上一级为实时优化层,实时优化层的优化计算为 MPC 提供设定值使得 MPC 控制器过程变量参数调整符合实际工况及经济效益^[2-4]。多变量耦合是常见的

控制问题,生产线包含多个工段,工段由多个被控回路组成,耦合来源于一个工段的被控回路之间、当前工段与其他工段回路之间、工段与工段之间,MPC 控制器将被控变量、操纵变量、前馈变量构成为模型组,结合约束条件利用动态规划求解控制率实现优化控制^[5]。层级灵活变通、多变量约束处理等特点成为 MPC 工业应用重要原因。过程控制中,由于工艺条件限制,设备特性、对象属性等影响,被控对象常具有非自衡特性(包含积分环节)或者过程变量响应时间较长的特点,如锅炉汽包、精馏塔、连续搅拌釜反应器、储液罐等包含组分控制和液位控制的对象系统^[6],对积分对

象的优化控制大致集中于 PID 及预测控制。

对于 PID 算法,文献[7-11]依据优化参数整定、调整结构等策略提升积分对象控制效果。对于 MPC 算法,由于积分对象属于非稳定对象,常用的方法是提高预测时域的范围,保证闭环稳定性,同时这也引入了数值病态问题。预测时域由对象的过程响应及特性决定^[12],对于典型的动态矩阵控制(dynamic matrix control,DMC)算法,由于 DMC 算法适用于稳定的对象模型且利用模型结构较大的非参数模型^[13],不利于多变量系统数值运算及含积分环节的非自衡对象控制,系统响应时间较大时,需要较大的建模时域、预测时域及控制时域来优化控制效果。文献[14]研究了无限时域多目标控制 MPC 方法,适用于积分过程对象;文献[15]在控制时域结束时将系统积分模型归零,提出稳定的模型预测控制方法,适用于具有稳定极点和积分极点的系统,未考虑不稳定模型;约束条件存在于积分对象时,文献[16]将与积分模型相关的一些硬约束转化未软约束,同时保持系统稳定性;对于存在重复积分极点的系统,文献[17]建立了基于系统阶跃响应解析表达式的状态空间模型,在单层优化公式内获得无偏移控制律。

上述方法对非自衡对象控制取得了较好的控制效果,但计算过程较为复杂,限制了 MPC 控制器性能。在预测控制中,Laguerre 函数可利用较少的参数描述控制率及性能函数^[18-19],可提升算法执行效率,指数权重的引入可降低未来控制作用的权重并避免数值解病态^[20]。文中将 MPC 算法中的模型进行重构,简化预测控制的反馈校正作用并与 Laguerre 函数结合以缩短计算周期,引入指数加权避免在长预测时域状态条件下产生的数值解病态,实现积分对象的优化控制。

1 增广模型设计

化工、石油、水泥等流程行业一般利用 DCS、PLC 系统控制,控制器计算周期通常不需要较为频繁的运算输出,内嵌于 DCS、PLC 系统的 MPC 算法或者外挂式 MPC 软件在执行 MPC 算法时,控制系统处理器、计算机通常以离散化的方式进行运算;同时,阀门等执行机构具有响应时间滞后性及调节精度限制^[21],流量等检测变送精度受多种因素影响^[22]。为此,文中主要研究离散化的 MPC 以适应流程工业工况。状态空间模型被认为在处理多变量及约束时,利于将结构参数简单化,提升 MPC 控制效果,在实现设定值跟随、扰动抑制等控制过程中,积分作用起到消除余差的作用,PID、广义预测控制(generalized predictive control,GPC)、MPC 等控制器都考虑了积分修正作用,但在典型状态空间模型架构下对模型进行重新设计可形成增广模型,同样可引入积分修正作用且同时简化 MPC 算法的反馈校正环节。离散型状态空间模型为:

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m(k) \quad (2)$$

式中: $u(k)$ 为输入, $y(k)$ 为输出, $\mathbf{x}_m(k)$ 为状态变量向量, $\mathbf{x}_m(k+1)$ 为 $(k+1)$ 时刻状态变量向量, k 为离散化形式的时刻, \mathbf{A}_m 、 \mathbf{B}_m 、 \mathbf{C}_m 为模型参数矩阵。理论上输入对输出有直接的影响,式(2)输出形式为:

$$y(k) = \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{D}_m u(k) \quad (3)$$

式中: \mathbf{D}_m 为与输出关联的输入参数矩阵,根据 MPC 滚动优化特点,优化控制只需要对象当前状态信息在实际控制时,即:当前的输出 $y(k)$ 是由于上一个输入 $u(k-1)$ 影响的,当前的输入 $u(k)$ 会影响未来输出 $y(k+1)$,因此假设: $\mathbf{D}_m = 0$ 。求解状态变量向量增量形式,对式(1)

$$\mathbf{x}_m(k+1) - \mathbf{x}_m(k) = \mathbf{A}_m (\mathbf{x}_m(k) - \mathbf{x}_m(k-1)) + \mathbf{B}_m (u(k) - u(k-1)) \quad (4)$$

定义 3 个增量形式简化计算:

$$\Delta \mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{x}_m(k+1) - \mathbf{x}_m(k)$$

$$\Delta \mathbf{x}_m(k) = \mathbf{x}_m(k) - \mathbf{x}_m(k-1)$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$$

则式(4)简化为:

$$\Delta \mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_m \Delta \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m \Delta u(k) \quad (5)$$

$$y(k+1) - y(k) = \mathbf{C}_m (\mathbf{x}_m(k+1) - \mathbf{x}_m(k)) =$$

$$\mathbf{C}_m \Delta \mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m \Delta \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \Delta u(k) \quad (6)$$

为消除余差实现反馈控制需构建 $\mathbf{x}(k)$ 与 $y(k)$ 、 $\Delta \mathbf{x}_m(k)$ 关系,定义新的状态变量向量:

$$\mathbf{x}(k) = [\Delta \mathbf{x}_m(k)^T \quad y(k)]^T \quad (7)$$

重构的状态空间模型为:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m \mathbf{O}_m^T \\ \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \Delta u(k)$$

$$y(k) = [\mathbf{O}_m \quad \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)简化为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \Delta u(k) \\ y(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{其中, } \mathbf{O}_m = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0], \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & \mathbf{O}_m^T \\ \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \mathbf{B} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [\mathbf{O}_m \quad \mathbf{1}]。$$

矩阵 \mathbf{A} 的特征值 $\rho(\lambda)$ 求解式为:

$$\rho(\lambda) = \det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}) = \det \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}_m & -\mathbf{O}_m^T \\ -\mathbf{C}_m \mathbf{A}_m & (\lambda - 1) \end{bmatrix} =$$

$$(\lambda - 1) \det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}_m)$$

其中, \mathbf{E} 为单位矩阵, $\lambda = 1$ 为增广模型扩充的特征值, $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ 为重构的增广模型用于文中预测控制设计,简化反馈校正环节。

2 控制率 Laguerre 描述

模型预测控制主要目的是通过求解控制率($\Delta u(k)$)

来优化控制过程,其中: $k = 0, 1, 2, \dots, N_c - 1, N_c, \dots, N_p$, N_c 为控制时域、 N_p 为预测时域。当控制对象滞后时间较长、响应速度较慢时, N_p 随之加大,计算的控制作用可能陷入病态,影响控制过程且计算量加大,因此,求解 $\Delta u(k)$ 限定在控制时域范围内,即: $k = N_c, \dots, N_p$ 时,认为 $\Delta u(k) = 0$ 。控制向量 ΔU 定义为: $\Delta U = [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T$, 则控制率为:

$$\Delta u(k_i + i) = [\delta(i) \quad \delta(i - 1) \quad \dots \quad \delta(i - N_c + 1)] \Delta U \quad (10)$$

其中, $\begin{cases} \delta(i) = 1, & i = 0 \\ \delta(i) = 0, & i \neq 0 \end{cases}$, δ 为脉冲算子, 引用

Laguerre 正交基函数代替脉冲模型, Laguerre 函数 $\Gamma_i(z)$ 为:

$$\begin{aligned} \Gamma_1(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \\ \Gamma_2(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \\ &\vdots \\ \Gamma_N(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \left(\frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \right)^{N-1} \end{aligned} \quad (11)$$

其中, a 为 Laguerre 网络极点, $0 \leq a < 1$, $l_i(k)$ 定义为 $\Gamma_i(z)$ 的逆 z 变换, 则 Laguerre 函数向量 $L(k)$ 为:

$$L(k) = [l_1(k) \quad l_2(k) \quad \dots \quad l_N(k)]^T \quad (12)$$

$$L(k+1) = A_1 L(k) \quad (13)$$

A_1 由 $a, 1-a^2$ 组成, 满足正交性:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} l_i(k) l_j(k) = 0, & i \neq j \\ \sum_{k=0}^{\infty} l_i(k) l_j(k) = 1, & i = j \end{cases} \quad (14)$$

Laguerre 模型代替脉冲响应模型, 即:

$$H(k) = c_1 l_1(k) + c_2 l_2(k) + \dots + c_N l_N(k) \quad (15)$$

式中: $H(k)$ 为脉冲响应模型; N 为项数, 描述 Laguerre 网络的结构性, N 越大对模型表征越精确, 但增加了项数, 提升了计算复杂性; c_i 为系数, 由于 Laguerre 函数的正交性, 系数满足: $c_i = \sum_{k=0}^{\infty} H(k) l_i(k)$ 。

对离散化的传递函数模型 $G(z) = \frac{z-0.1}{(z-0.8)(z-0.9)}$ 做脉冲响应实验与 Laguerre 函数模型对比, 结果如图 1, 其中 $a = 0.5, N = 3$ 。

图 1 结果表明: 脉冲响应模型需要 60 个参数表征对象的动力学特性, 利用 Laguerre 函数模型使用 3 个参数 ($N=3$) 对模型起到相近的描述作用, 简化了模型结构。

对任意时刻 k_i , 未来控制轨迹 $[\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_p)]$ 可视为稳定动态系统的脉冲响应, 用 Laguerre 函数及系数对控制轨迹进行描述, 对未来第 k 时

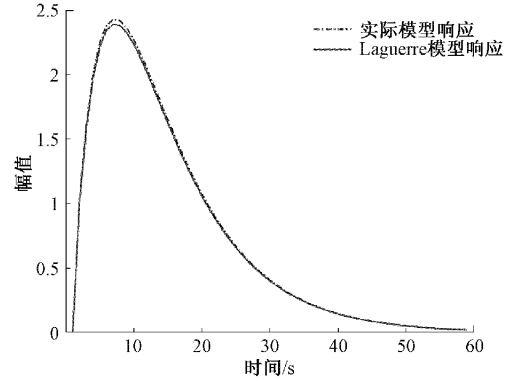


图 1 Laguerre 函数模型与脉冲响应曲线

刻, 控制率为:

$$\Delta u(k_i + k) = \sum_{j=1}^N c_j(k_i) l_j(k) \quad (16)$$

即 $\Delta u(k_i + k) = L(k)^T \eta$, 其中: $\eta = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_N]^T$ 为系数矩阵, 未来第 m 时刻状态变量及输出为:

$$x(k_i + m | k_i) = A^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \eta \quad (17)$$

$$y(k_i + m | k_i) = C A^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} C A^{m-i-1} B L(i)^T \eta \quad (18)$$

利用 Laguerre 函数及系数结合重构的增广模型代替了 ΔU 。

3 指数加权描述

指数加权的最早用于连续系统 LQR 问题 (linear quadratic regulator), 在离散化 MPC 中, 令 $\alpha = e^{\lambda \Delta t}$, Δt 为控制器采样时间间隔。

3.1 数值问题描述

在 k_i 时刻通过求解 Δu 来最小化成本函数 J :

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} x(k_i + j | k_i)^T Q x(k_i + j | k_i) + \sum_{j=0}^{N_p} \Delta u(k_i + j)^T R \Delta u(k_i + j)$$

s. t.

$$M \eta \leq \gamma \quad (19)$$

其中, $x(k_i + j | k_i)$ 为 k_i 时刻未来第 j 时刻状态变量, $x(k_i + j | k_i)^T$ 为转置, $\Delta u(k_i + j)$ 为 k_i 时刻未来第 j 时刻输入, $\Delta u(k_i + j)^T$ 为转置, 权重矩阵 $Q > 0, R > 0, Q$ 一般为: $Q = C^T C, R$ 用于调节系统动态性能, $M \eta \leq \gamma$ 为线性不等式约束, M 为条件约束矩阵, γ 为约束限值矩阵。

用 Laguerre 表示为:

$$J = \eta^T \Omega \eta + 2 \eta^T \Psi x(k_i) \quad (20)$$

$$\text{其中, } \Omega = \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R$$

$$\Psi = \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m$$

$$\phi(m)^T = \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T$$

预测系统存在积分环节时,随着 m 增加 $\|\phi(m)\|$ 、 $\|A^m\|$ 无法衰减到 0,因此, N_p 较大时容易出现数值问题。

3.2 指数加权

$N_p \rightarrow \infty$ 时,最小化代价函数类似于离散时间线性二次型调节器 (discrete-time linear quadratic regulator, DLQR),求解过程为:利用 Riccati 方程求解 Riccati 矩阵解 P_∞ ; P_∞ 构造状态反馈增益矩阵 K ; 求解控制率。Riccati 方程为:

$$A^T [P_\infty - P_\infty B (R + B^T P_\infty B)^{-1} B^T P_\infty] A + Q - P_\infty = 0 \quad (21)$$

构造的状态反馈增益矩阵 K 为:

$$K = (R + B^T P_\infty B)^{-1} B^T P_\infty A \quad (22)$$

控制率为:

$$\Delta u(k) = -Kx(k) \quad (23)$$

其中, $x(k)$ 为初始状态。

为解决数值病态问题,选择具有指数权重因子的成本函数来解决这些问题,取 $\alpha > 1$, 指数权重 α^{-j} ($j = 1, 2, \dots, N_p$), 随着 j 的增加 α^{-j} 数值减小,因此,指数权重的使用增加了对当前时刻状态的权重减弱了对未来时刻状态的权重,代价函数转化为:

$$\hat{J} = \sum_{j=1}^{N_p} \hat{x}(k_i + j | k_i)^T Q \hat{x}(k_i + j | k_i) + \sum_{j=0}^{N_p} \Delta \hat{u}(k_i + j)^T R \Delta \hat{u}(k_i + j)$$

s. t.

$$M_\alpha \Delta \hat{U} \leq \gamma \quad (24)$$

其中:

$$\hat{x}(k_i + j | k_i) = \alpha^{-j} x(k_i + j | k_i)$$

$$\Delta \hat{u}(k_i + j) = \alpha^{-j} \Delta u(k_i + j)$$

$$\hat{x}(k_i + j + 1 | k_i) = \frac{A}{\alpha} \hat{x}(k_i + j | k_i) + \frac{B}{\alpha} \Delta \hat{u}(k_i + j)$$

$$\Delta \hat{U}^T = [\alpha^{-0} \Delta u(k_i)^T \quad \alpha^{-1} \Delta u(k_i + 1)^T \quad \dots$$

$$\alpha^{-N_p} \Delta u(k_i + N_p)^T]^T$$

$$M_\alpha = M \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha I & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \alpha^{N_p-1} I & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha^{N_p} I \end{bmatrix}$$

增广模型转化为 $[A/\alpha, B/\alpha]$, 定义 $|\lambda_{\max}(A)|$ 为 A 特征值的最大模, $\alpha > |\lambda_{\max}(A)|$ 时, A/α 为特征值模小于 1 的矩阵,假设系统是稳定模型,通过指数因子对矩阵 A 的特征值进行缩减,使得重建的模型在复平面的单位圆内具有渐近稳定的特征值,降低了数值病态问题,但是 $\alpha > 1$ 无法保证系统闭环的稳定性。

为了产生具有指数数据加权的渐近闭环预测控制系统,需要选择矩阵 Q 和 R 来产生稳定裕度为 $1/\alpha$ 的闭环系统,在没有数值问题的情况下,可以选择足够大的 N_p , 因此,可以保证闭环渐近稳定性。代价函数转换为:

$$J_\alpha = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^{-j} x(k_i + j | k_i)^T Q_\alpha x(k_i + j | k_i) + \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^{-j} \Delta u(k_i + j)^T R_\alpha \Delta u(k_i + j) \quad (25)$$

加权矩阵转化为: $Q_\alpha = \tau^2 Q + (1 - \tau^2) P_\infty$, $R_\alpha = \tau^2 R$, 其中 $\tau = 1/\alpha$ 。

4 仿真

4.1 单变量仿真系统

仿真一:选用典型的积分对象模型, $G1 = \frac{1}{s(s+1)}$, 其中: $Q = C^T C$, $R = 0.9$, $a = 0.7$, $N = 3$, N_p 分别取 10、100, 设定值为 1 时,预测时域 ($N_p = 10, N_p = 100$) 对比控制效果如图 2; 典型 DMC 方法、与未加权控制效果如图 3 (其中 $N_p = 100$), DMC 参数为:建模时域 $N = 200$, 预测时域 $P = N_p = 100$, 控制时域 $M = 10$, 权重 $q = 1, r = R = 0.9$, 校正向量 $h = 1$ 。

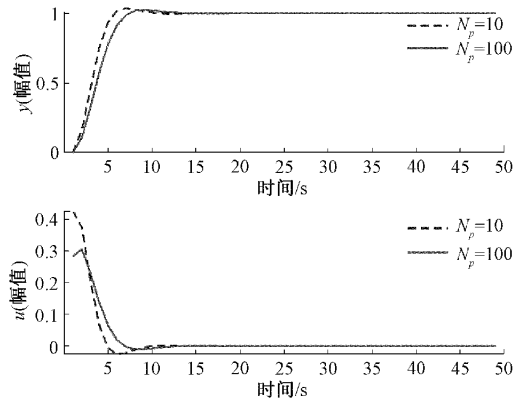


图 2 G1 预测时域为 10、100, 控制效果对比

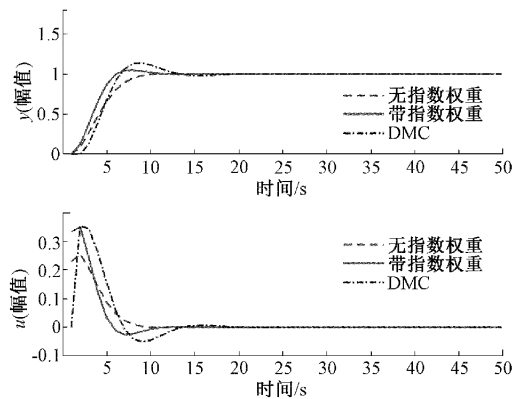


图 3 G1 预测时域为 100, 指数加权、未加权、DMC 算法控制效果对比

$N_p = 10, N_p = 100$ 、加入指数权重且 $N_p = 100$ 对应得矩阵 Ω 分别为:

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} 115.334 & 0 & 42.466 & 3 & -13.280 & 8 \\ 42.466 & 3 & 28.608 & 8 & -3.385 & 9 \\ -13.280 & 8 & -3.385 & 9 & 3.967 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} 1.7329 \times 10^6 & 1.5816 \times 10^5 & 1.4315 \times 10^5 \\ 1.5816 \times 10^6 & 1.4472 \times 10^6 & 1.3131 \times 10^6 \\ 1.4315 \times 10^6 & 1.3131 \times 10^5 & 1.1947 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} 229.075 & 2 & 188.728 & 8 & 110.655 & 6 \\ 188.728 & 8 & 229.075 & 2 & 188.728 & 8 \\ 110.655 & 6 & 188.728 & 8 & 229.075 & 2 \end{bmatrix}$$

图2结果表明,预测时域的加长对包含积分环节的模型产生了较小的超调量,并且降低了调节时间,但是降低了系统的响应速度,观察 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_2$ 矩阵数值解量级大产生了严重的数值病态问题,这对控制是不利的,将影响数值敏感性,短预测时域和长预测时域的控制效果存在显著差异。图3结果表明,DMC的响应时间较长、超调量较大、稳态时间较长,指数加权改善了控制效果;未使用加权的控制方式系统动态调节能力较弱,超调量小,稳态调节时间短,但观察 $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_2$ 的解是病态的;采用指数加权的控制方式提高了系统动态性能,即:降低了上升时间,系统超调量较小,同时,系统稳态时间较小,观察 $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_3$ 的解是非病态的,合理的解决了数值解病态,即:在长预测时域确保积分对象系统稳定的前提下同时满足与短预测时域相近的控制效果。

仿真二:选用时间常数较大的模型, $G2 = \frac{1}{3000s + 1}$, 其中: $Q = C^T C, R = 0.9, a = 0.7, N = 3, N_p$ 分别取 40、400, 设定值为 1 时, 预测时域 ($N_p = 40, N_p = 400$) 对比控制效果如图 4; 典型 DMC 方法、指数加权与未加权控制效果如图 5 (其中 $N_p = 400$), DMC 参数为: $N = 500$, 预测时域 $P = N_p = 400$, 控制时域 $M = 10$, 权重 $q = 1, r = R = 0.9$, 校正向量 $h = 1$ 。

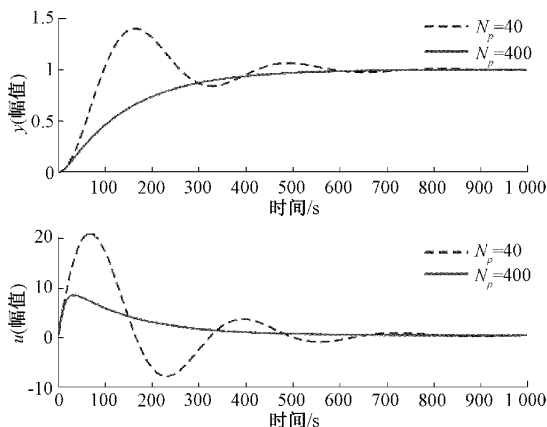


图4 G2 预测时域为 40、400, 控制效果对比

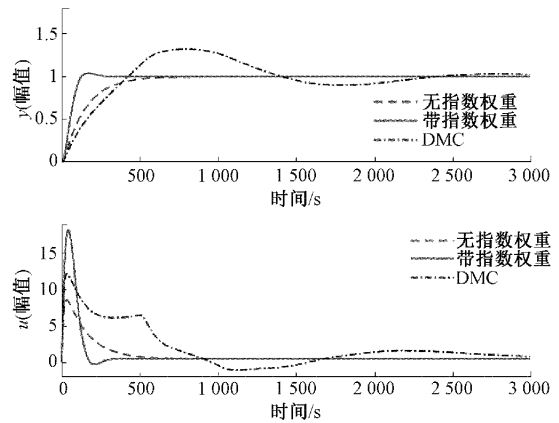


图5 G2 预测时域为 400, 指数加权、未加权、DMC 算法控制效果对比

$N_p = 40, N_p = 400$ 、加入指数权重且 $N_p = 400$ 对应得矩阵 Ω 分别为:

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} 0.944 & 5 & 0.034 & 6 & 0.025 & 2 \\ 0.034 & 6 & 0.927 & 4 & 0.020 & 3 \\ 0.025 & 2 & 0.020 & 3 & 0.915 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} 48.754 & 5 & 46.863 & 9 & 45.871 & 9 \\ 46.863 & 9 & 46.801 & 2 & 44.936 & 8 \\ 45.871 & 9 & 44.936 & 8 & 44.900 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} 0.726 & 5 & 0.067 & 8 & 0.024 & 5 \\ 0.067 & 8 & 0.725 & 6 & 0.067 & 8 \\ 0.024 & 5 & 0.067 & 8 & 0.726 & 5 \end{bmatrix}$$

图4结果表明,预测时域的加长对时间常数较长的模型衰减了其系统的动态性能,但显著减小了系统的超调量,提升了系统的稳态性能,观察 Ω_1, Ω_2 , 均未产生严重的数值病态问题;由于时间常数较大的对象模型在短时域状态下表现出的性能与积分对象模型类似,但在无穷时域状态下的特性为一阶传递对象模型。图5结果表明,与 DMC 方法对比,DMC 控制方法稳态时间较长,上升时间较长,预测时域的加长大幅度减弱了系统动态性能,另外小的预测时域可能会引起较大的震荡;与未使用加权的控制方式对比,采用指数加权的控制方式增加了系统超调量,但提升了系统的动态性能,同时稳态性能较好且 Ω_3 数值解更小,极大的降低了预测时域长短对控制效果的影响。

4.2 多变量仿真系统

选用糖厂模型 $\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$, 其中: $G =$

$$\begin{bmatrix} G11 = \frac{-5}{25s + 1} & G12 = \frac{s^2 - 0.005s - 0.005}{s(s + 1)(0.1s + 1)} \\ G21 = \frac{1}{25s + 1} & G22 = \frac{-0.0023}{s} \end{bmatrix}, y_1(s) \text{ 为}$$

磨机扭矩, $y_2(s)$ 为缓冲槽高度, $u_1(s)$ 为挡板位置, $u_2(s)$ 为涡轮转速设定点, $a_1 = a_2 = 0.6, N_1 = N_2 = 6, R_1 = R_2 = 0.9, Q_1 = Q_2 = C^T C, N_p$ 分别取 20、100, 设定值为

$y_{st1} = 1, y_{st2} = 1.5$ 时, 预测时域 ($N_p = 20, N_p = 100$) 对比控制效果如图 6; 典型 DMC 方法、指数加权与未加权控制效果如图 7 (其中 $N_p = 100$), DMC 参数为: $N = 400$, 预测时域 $P = N_p = 100$, 控制时域 $M = 10$, 权重 $q_1 = q_2 = 1$, $r_1 = r_2 = R = 0.9$, 校正向量 $h_1 = h_2 = 1$ 。

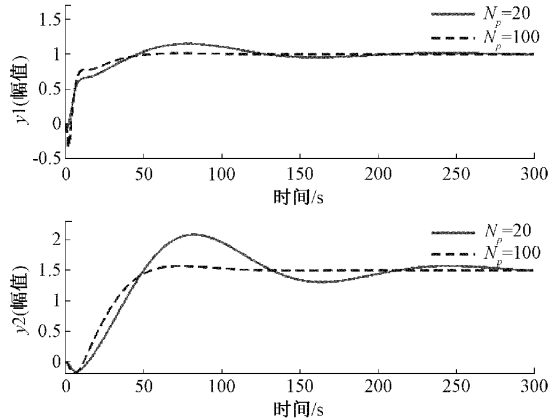


图 6 G 预测时域为 20、100, 控制效果对比

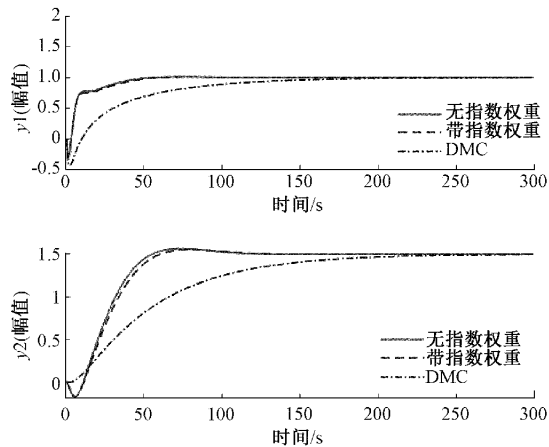


图 7 G 预测时域为 100, 指数加权、未加权、DMC 算法控制效果对比

$N_p = 20, N_p = 100$ 加入指数权重且 $N_p = 100$ 对应得矩阵 Ω (由于矩阵维数较大, 取容易产生数值问题的前六行六列) 分别为:

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} 223.0087 & 161.5453 & 101.0463 & 48.77025 & 12.20982 & -4.84215 \\ 161.5453 & 123.0517 & 79.61047 & 39.92674 & 10.56346 & -3.78025 \\ 101.0463 & 79.61047 & 55.88965 & 29.51069 & 8.608602 & -2.54361 \\ 48.77025 & 39.92674 & 29.51069 & 18.51753 & 6.148802 & -1.16867 \\ 12.20982 & 10.56346 & 8.608602 & 6.148802 & 3.913656 & 0.036882 \\ 4.84215 & 3.78025 & 2.54361 & 1.16867 & 0.036882 & 1.355734 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} 6488.604 & 6273.357 & 6032.399 & 5768.749 & 5486.33 & 5188.585 \\ 6273.357 & 6089.715 & 5875.941 & 5636.71 & 5375.088 & 5095.051 \\ 6032.399 & 5875.941 & 5693.764 & 5481.712 & 5244.503 & 4985.253 \\ 5768.749 & 5636.71 & 5481.712 & 5301.25 & 5091.21 & 4856.363 \\ 5486.33 & 5375.088 & 5244.503 & 5091.21 & 4912.75 & 4705.06 \\ 5188.585 & 5095.051 & 4985.253 & 4856.363 & 4705.06 & 4528.936 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} 10.14659 & 8.091913 & 5.351871 & 3.106013 & 1.684449 & 0.876818 \\ 8.091913 & 10.14659 & 8.091913 & 5.351871 & 3.106013 & 1.684449 \\ 5.351871 & 8.091913 & 10.14659 & 8.091913 & 5.351871 & 3.106013 \\ 3.106013 & 5.351871 & 8.091913 & 10.14659 & 8.091913 & 5.351871 \\ 1.684449 & 3.106013 & 5.351871 & 8.091913 & 10.14659 & 8.091913 \\ 0.876818 & 1.684449 & 3.106013 & 5.351871 & 8.091913 & 10.14659 \end{bmatrix}$$

图 6 结果表明, 预测时域较小时, 输出 y_1, y_2 产生了较大的震荡, 动态及稳态性能较差, 预测时域较大时, 改善了控制效果, 但是观察 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 加重了数值求解问题。图 7 表明, 与 DMC 方法对比, 引入指数权重的方法大幅度提升了系统的稳态及动态性能, 对输出 y_1 输出响应时间减小同时快速到达稳态, 对输出 y_2 与具有类似效果; 与未使用加权的控制方式对比, 引入指数权重控制效果与未引入指数权重时相近, 未降低系统的动态及稳态性能, 观察 $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_3$ 解是非病态的, 避免了数值解的病态。

为进一步改善指数权重 MPC 的控制效果可对参数进行优化, 如: 进一步加长预测时域、选择合适的 Laguerre 模型参数、修正权重系数等。

5 结 论

包含积分环节、响应时间较长的对象容易陷入数值解病态或由于模型结构复杂降低了执行效率。文中提出了一种指数加权的预测控制方法, 用于提升 MPC 算法对此类对象的控制效果: 选用预测控制常用的状态空间模型, 利用重构的增广模型, 简化典型 MPC 算法的反馈校正环节; 同时利用 Laguerre 正交基函数替代控制率, 用较少的参数实现控制率简化; 指数加权使得特征值规定在单位圆内, 结合无穷时域的 DLQR 问题并修改权重保证闭环稳定性的同时解决了数值病态问题且与 DMC 算法相比系统具有更好的动态及稳态性能。约束处理作为预测控制的重点, 未来应对约束条件下的代价函数及控制率求解协调问题做出描述。

参 考 文 献

- [1] 高俊, 张河山, 彭志远, 等. 基于状态转移约束的永磁同步电机模型预测控制策略[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(8): 86-92.
- [2] LI H, SWARTZ C L E. Dynamic real-time optimization of distributed MPC systems using rigorous closed-loop prediction [J]. Computers & Chemical Engineering, 2019, 122: 356-371.
- [3] VALLURU J, PATWARDHAN S C. An integrated frequent RTO and adaptive nonlinear MPC scheme based on simultaneous bayesian state and parameter estimation [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2019, 58(18): 7561-7578.
- [4] PAN H G, ZHONG W, WANG Z Y. Economic optimization and control based on multi priority rank RTO and double layered MPC [J]. Asian Journal of

- Control, 2018, 20(6): 2271-2280.
- [5] SCHWENZER M, AY M, BERGS T, et al. Review on model predictive control: An engineering perspective[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 117(5): 1327-1349.
- [6] RAZA A, ANWAR N. Control of integrating process with time delay[J]. Chemical Product and Process Modeling, 2019, DOI:10.1515/cppm-2018-0042, 14(3).
- [7] JIN Q B, LIU Q. Analytical IMC-PID design in terms of performance/robustness tradeoff for integrating processes: From 2-Dof to 1-Dof[J]. Journal of Process Control, 2014, 24(3): 22-32.
- [8] KUMAR D B S, SREE R P. Tuning of IMC based PID controllers for integrating systems with time delay[J]. ISA Transactions, 2016, 63: 242-255.
- [9] ANIL C, SREE R P. Tuning of PID controllers for integrating systems using direct synthesis method[J]. ISA transactions, 2015, 57: 211-219.
- [10] JENG J C. A model-free direct synthesis method for PI/PID controller design based on disturbance rejection[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2015, 147: 14-29.
- [11] 周依涛, 郑炜炀, 项思哲, 等. 基于滑模控制的双容水箱液位系统设计[J]. 国外电子测量技术, 2021, 40(6): 54-58.
- [12] SIMKOFF J M, BALDEA M. Production scheduling and linear MPC: Complete integration via complementarity conditions [J]. Computers & Chemical Engineering, 2019, 125: 287-305.
- [13] 邹涛, 王丁丁, 丁宝苍, 等. 积分过程预测控制的稳态分析及反馈校正[J]. 控制理论与应用, 2014(2): 165-174.
- [14] RODRIGUES M A, ODLOAK D. An infinite horizon model predictive control for stable and integrating processes[J]. Computers & Chemical Engineering, 2003, 27(8-9): 1113-1128.
- [15] CARRAPIÇO O L, ODLOAK D. A stable model predictive control for integrating processes [J]. Computers & Chemical Engineering, 2005, 29(5): 1089-1099.
- [16] SENCIO R R, ODLOAK D. An infinite horizon model predictive control for stable, integrating and unstable systems [C]. Congresso Brasileiro de Automática-CBA, 2019.
- [17] COSTA E A, SCHNITMAN L, ODLOAK D, et al. A one-layer stabilizing model predictive control strategy of integrating systems with repeated poles[J]. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 2022, 33(2): 369-381.
- [18] ROSSITER J A, WANG L. Exploiting laguerre functions to improve the feasibility/performance compromise in MPC[C]. 2008 47th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2008: 4737-4742.
- [19] KARAPINAR U, GÖREN-SÜMER L. Laguerre MPC formulation for automotive adaptive cruise control application and performance analysis[C]. 2018 6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT), IEEE, 2018: 1-6.
- [20] ZHANG B, ZONG C, CHEN G, et al. Electrical vehicle path tracking based model predictive control with a laguerre function and exponential weight[J]. IEEE Access, 2019, 7: 17082-17097.
- [21] 张涵, 刘铁军, 刘波, 等. 遗传优化PID整定算法在阀门定位器中的应用[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(11): 215-222.
- [22] 刘夷平, 梁艳争, 朱碧玉, 等. 涡轮流量计在不同粘度介质下标定曲线形态的实验研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(2): 100-107.

作者简介

张帅杰, 硕士研究生, 主要研究方向为模型辨识、工业模型预测控制、PID控制、软测量技术。

E-mail: 2764778748@qq.com

臧春华, 教授, 硕士研究生导师, 主要研究方向为复杂系统建模与控制, 智能测控技术。

E-mail: zch1884246@126.com

苏宝玉, 工程师, 主要研究方向为工业过程实时优化与模型预测控制。

E-mail: 405637186@qq.com