

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2209545

# 用于主动噪声控制系统的高性能算法结构<sup>\*</sup>

袁军 袁财政 李军 孟祥胜

(重庆邮电大学微电子工程重庆市重点实验室 重庆 400065)

**摘要:**本文针对传统的自适应滤波算法降噪性能差、收敛速度慢以及应对突变能力不足等问题,提出了基于改进的方程误差算法和镜像优化算法。其中,改进的方程误差算法在FURLMS算法基础上进行离线二次路径建模,解决了降噪性能和收敛速度的问题。为了提高系统应对突变的能力,该算法在FURLMS算法基础上进行了镜像优化。结果表明,本文提出的两种算法在系统频率为250 Hz左右范围时,均方误差可稳定在-20 dB,提出的改进方程误差算法和镜像修改算法分别有28 dBA和30 dBA的噪声衰减效果。

**关键词:**主动噪声控制系统;方程误差模型;均方误差

中图分类号: TN911.71 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.10

## High performance algorithm architecture for active noise control systems

Yuan Jun Yuan Caizheng Li Jun Meng Xiangsheng

(Chongqing Key Laboratory of Microelectronics Engineering, Chongqing University of Post and Telecommunications,  
Chongqing 400065, China)

**Abstract:** Aiming at the problems of the traditional adaptive filtering algorithm, such as poor noise reduction performance, slow convergence speed and insufficient ability to deal with mutation, this paper proposes an improved equation error algorithm and mirror image optimization algorithm. Among them, the improved equation error algorithm based on FURLMS algorithm carries out offline quadratic path modeling, which solves the problems of noise reduction performance and convergence speed. In order to improve the ability of the system to deal with mutation, the algorithm is optimized based on the FURLMS algorithm. The results show that when the system frequency is about 250 Hz, the mean square error of the proposed two algorithms can be stabilized at -20 dB, and the improved equation error algorithm and the image modification algorithm have the noise attenuation effect of 28dBA and 30dBA respectively.

**Keywords:** active noise control system; equation error model; mean square error

## 0 引言

为了降低生活工作环境中的噪声,可以采用被动降噪(passive noise canceling, PNC)和主动降噪(active noise canceling, ANC)<sup>[1-2]</sup>的方式。对于被动降噪,可用阻尼器、屏障、消声器或声波晶体吸收噪声能量<sup>[1-4]</sup>。在低频环境下,由于其无源衰减器的体积、质量和成本增加,使得被动降噪存在局限性<sup>[1,5]</sup>,所以大多采用主动噪声控制(ANC)。

ANC系统可分为反馈系统和前馈系统<sup>[1,5]</sup>。前者通过数字信号处理的方式处理误差信号,这使得它仅适用于窄带信号。后者同时使用噪声源产生的参考信号和残留噪声信号,从而有效地衰减宽带和窄带干扰<sup>[1,5]</sup>。

因此,自适应滤波器的ANC前馈系统得到广泛应用,其滤波器系数随着待滤波信号统计量的变化而调整<sup>[3,11]</sup>。它可以通过以下两种结构来实现:自适应有限脉冲响应(finite impulse response, FIR)滤波器和自适应无限脉冲响应(infinite impulse response, IIR)滤波器。通过同时使用极点和零点,使得IIR滤波器用更少的参数对所需的滤波器进行建模,相比于自适应FIR滤波器<sup>[5,12]</sup>降低了计算复杂度。一般来说有输出误差(output error, OE)<sup>[12-16]</sup>和方程误差(equation error, EE)两种IIR模型<sup>[12,17]</sup>。OE方法直接以零极点形式更新滤波器系数,这可能会导致不稳定的极点或局部最小值。当正确选择步长时,用于自适应IIR

收稿日期:2022-04-09

\*基金项目:国家自然科学基金(61404019)、重庆市科技局科技重大专项(cstc2018jszx-cyztzx0054)、重庆市教委基金项目(KJ1500424)、重庆市科委集成电路产业类重大专项(cstc2018jszx-cyztzx0217)资助

滤波的 EE 方法可以更加稳定的运行<sup>[12,18]</sup>。在文献[18]中,提出了一种 EE 型 IIR 滤波器的有源噪声控制系统,解决了收敛条件的问题,并且实现了 MSE 全局最小值的最佳解决方案。基于离线次级路径建模的自适应 ANC 算法可以确保系统收敛和可维护性,同时降低变压器噪声<sup>[19]</sup>。

本文将离线二次路径建模算法应用于基于 EE IIR 滤波器的 ANC 系统中,并以燃气站压缩机噪声作为参考噪声信号。与文献[18]中提出的基于 FIR、OE 和 EE 的 ANC 系统相比,改进的基于 EE IIR 滤波器的 ANC 系统采用离线二次路径建模算法,提高了降噪性能和收敛速度。其应对噪声突变的问题以及计算复杂度方面还有待提高,因此本文进一步提出了基于镜像误差算法的 ANC 系统。

## 1 基于方程误差模型的 ANC 系统

如图 1 所示,  $s(n)$  为次级路径  $S(z)$  的脉冲响应。其中,  $s(n) = [s_0, s_1, \dots, s_{L-1}]$ , 输出信号可以表示如下:

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n)x(n) + \mathbf{c}^T(n)\mathbf{d}(n-1) \quad (1)$$

$$\text{由 } \mathbf{d}(n) = [\mathbf{d}(n-1) \mathbf{d}(n-2) \dots \mathbf{d}(n-N_e)]^T$$

EE ANC 系统的系数更新可以表示为:

$$\mathbf{a}(n+1) = \mathbf{a}(n) + \mu e(n)(\hat{s}(n) * x(n)) \quad (2)$$

$$\mathbf{c}(n+1) = \mathbf{c}(n) + \mu e(n)\hat{\mathbf{d}}'(n-1) \quad (3)$$

本系统通过对  $\hat{\mathbf{d}}'(n) = e(n) + y(n) * \hat{s}(n)$  进行合成,可以将输出信号可以改写如下:

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n)x(n) + \mathbf{c}^T(n)\hat{\mathbf{d}}(n-1) \quad (4)$$

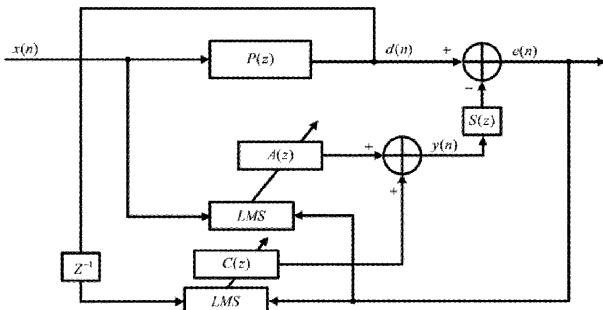


图 1 基于方程误差(EE)自适应无限脉冲响应(IIR)  
滤波器的 ANC 系统

基于 EE 模型的完整 ANC 系统框图如图 2 所示。由于 EE 模型由非递归项组成,因此可以避免不稳定。但仍存在收敛速度慢、降噪性能差等问题。

## 2 基于改进的方程误差模型 ANC 系统

为了提高基于 EE 的 ANC 系统的收敛速度和降噪性能,提出了一种基于 EE 改进的 ANC 系统,在[18]中仅使用了两个自适应滤波器  $A(z)$  和  $C(z)$ 。本设计在次级路径加入了  $B(z)$  滤波器。如图 3 所示,  $A(z)$ 、 $B(z)$ 、 $C(z)$  是基于 EE 模型的横向自适应滤波器。虚线方块表示建议

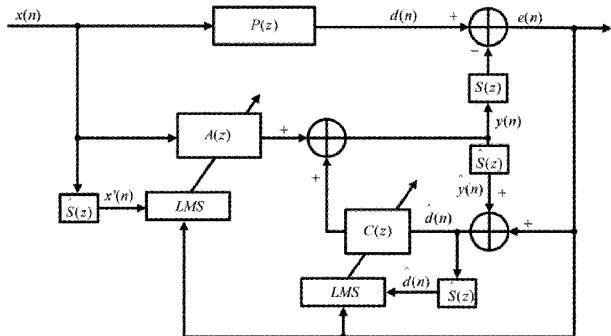


图 2 应用 EE 自适应 IIR 滤波器时 ANC 系统的完整框图

的辅助路径建模。均方误差信号表示为  $\epsilon'_{EE} = e^2(n)$ , 误差面的梯度表示如下:

$$\nabla \epsilon'_{EE} = -2e(n)(s(n) * u(n)) \quad (5)$$

其中,  $s(n)$  是次级路径  $S(z)$  的脉冲响应。当自适应滤波器的输入是  $u(n) = \begin{pmatrix} x(n) \\ d(n-1) \end{pmatrix}$  时,其等式变换为:

$$\nabla \epsilon'_{EE} = -2e(n)(\hat{s}(n) * u(n)) \quad (6)$$

基于方程误差模型改进的 ANC 系统的系数更新可表示为

$$\mathbf{a}(n+1) = \mathbf{a}(n) + \mu e(n)(\hat{s}(n) * x(n)) \quad (7)$$

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(n) + \mu e(n)(\hat{s}(n) * y(n)) \quad (8)$$

$$\mathbf{c}(n+1) = \mathbf{c}(n) + \mu e(n)\hat{\mathbf{d}}'(n) \quad (9)$$

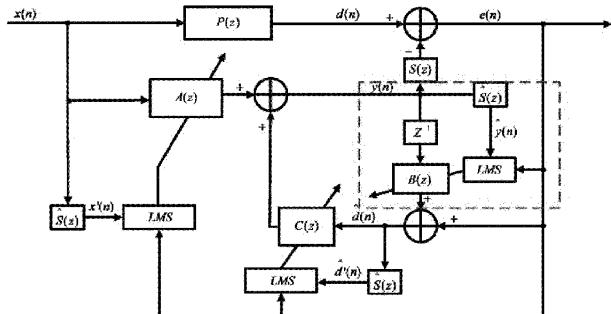


图 3 改进的基于 EE 自适应 IIR 滤波器的 ANC 算法

最后,改进后的 EE ANC 系统的输出信号可以表示为:

$$y(n+1) = \mathbf{a}^T(n)x(n) + \mathbf{c}^T(n)(e(n) + \mathbf{b}^T\hat{\mathbf{y}}(n)) \quad (10)$$

$$\frac{A(z)}{1 - C(z)B(z)} = P(z) \quad (11)$$

由式(9)可以看出,改进后的 EE 模型由于是非递归系统,可以避免不稳定性,并且提高了期望信号  $d(n)$  的精度。

### 2.1 步长约束

假设参考信号  $x(n)$  是一个白噪声信号,均值为 0, 方差为 1。 $A(z)$ 、 $B(z)$ 、 $C(z)$  的步长因子  $\mu_A$ 、 $\mu_B$ 、 $\mu_C$  被表示为:

$$0 < \mu_A < \frac{3}{(N_a + 3\Delta_{eq})P_{x'}} \quad (12)$$

$$0 < \mu_B < \frac{3}{(N_b + 3\Delta_{eq})P_{y'}} \quad (13)$$

$$0 < \mu_C < \frac{3}{(N_c + 3\Delta_{eq})P_{d'}} \quad (14)$$

其中,  $P_{x'}$ 、 $P_{y'}$ 、 $P_{d'}$  分别表示  $x'(n)$ 、 $y'(n)$ 、 $d'(n)$  的功率,  $\Delta_{eq}$  可以表示为:

$$\Delta_{eq} = \frac{\sum_{l=1}^{L-1} l s_l^2}{\sum_{l=0}^{L-1} s_l^2} \quad (15)$$

ANC 系统的最大整体步长  $\mu$  应为  $\mu_A$ 、 $\mu_B$  和  $\mu_C$  的最小值, 并且式(9)~(11)中的  $P_{x'}$ 、 $P_{y'}$ 、 $P_{d'}$  的信号功率设置为 1。因此, 最大步长和滤波器长度仅受次级路径延迟  $\Delta_{eq}$  的影响。

## 2.2 全局最小值

基于改进的基于 EE 的 ANC 系统的均方误差(MSE)函数表示如下:

$$\begin{aligned} \xi'_{EE}(n) = & E[d^2(n)] + a^\top(n)R_{x'x'}a(n) + b^\top(n)R_{y'y'}b(n) + \\ & c^\top(n)R_{d'd'}c(n) + 2[a^\top(n)R_{x'\hat{d}'}c(n) + a^\top(n)R_{x'\hat{y}'}b(n) + \\ & b^\top(n)R_{y'\hat{d}'}c(n) - a^\top(n)p_{dx'} - b^\top(n)p_{dy'} - c^\top(n)p_{dd'}] \end{aligned} \quad (16)$$

其中可以看出, 基于改进 EE 模型的 ANC 系统拥有全局最小值。通过计算方程(13)的梯度函数, 可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial a(n)} = & \left[ \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial a_0(n)} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial a_1(n)} \dots \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial a_{N_a-1}(n)} \right]^\top = \\ 2R_{x'x'}a(n) + 2R_{x'\hat{d}'}c(n) + R_{x'\hat{y}'}b(n) - 2p_{dx'} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial b(n)} = & \left[ \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial b_0(n)} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial b_1(n)} \dots \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial b_{N_b-1}(n)} \right]^\top = \\ 2R_{y'\hat{y}'}b(n) + 2R_{x'\hat{y}'}a(n) + 2R_{\hat{d}'\hat{d}'}c(n) - 2p_{dy'} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial c(n)} = & \left[ \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial c_0(n)} \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial c_1(n)} \dots \frac{\partial \xi'_{EE}}{\partial c_{N_c-1}(n)} \right]^\top = \\ 2R_{\hat{d}'\hat{d}'}c(n) + 2R_{x'\hat{d}'}a^\top(n) + 2b^\top(n)R_{\hat{d}'\hat{d}'} - 2p_{dd'} \end{aligned} \quad (19)$$

因此, 假设梯度函数为零, 可以推导出最佳权重向量  $a_{EE}^0(n)$ 、 $b_{EE}^0(n)$  和  $c_{EE}^0(n)$ 。

## 3 应对突变的镜像误差自适应算法

为加强改进的方程误差模型 ANC 系统的突变应对能力, 在次级路径加入了模型算法(OMA), 该结构如图 4 所示。

其误差信号可以表示为:

$$\hat{e}_2(n) = \hat{d}(n) - w^\top x'(n) \quad (20)$$

$$\hat{e}_2(n) = \hat{P}_T(n)x(n) - \hat{s}(n)y(n) \quad (21)$$

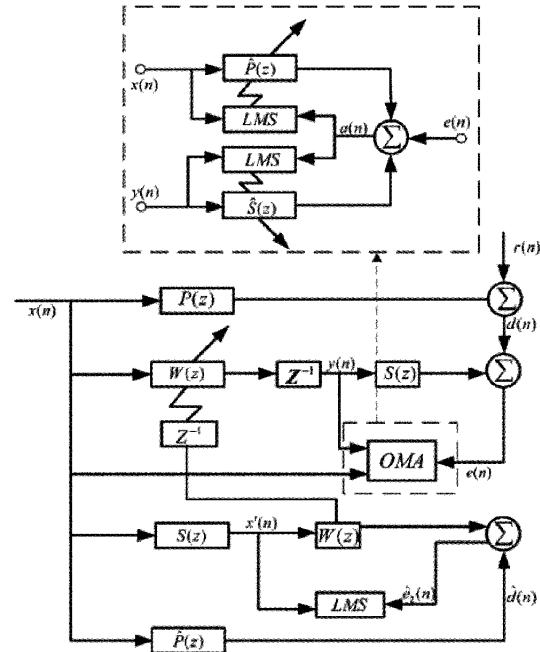


图 4 镜像修改算法的 ANC 结构

权值系数:

$$w(n+1) = w(n) + \frac{\mu(n)x'(n)\hat{e}_2(n)}{x^\top(n)x'(n)} \quad (22)$$

输出信号:

$$y(n) = -x^\top(n)w(n) \quad (23)$$

本文针对次级路径突变的问题, 在次级路径突然注入噪声, 检验系统能否快速收敛的问题。通过次级路径建模的误差大小即建模精度  $\Delta s$  来衡量, 其定义如下<sup>[22]</sup>:

$$\Delta s(dB) = 10 \log \left\{ \frac{\sum_{i=0}^{M-1} [s_i(n) - \hat{s}_i(n)]^2}{\sum_{i=0}^{M-1} [s_i(n)]^2} \right\} \quad (24)$$

其中,  $s(n)$  为  $s(z)$  的脉冲响应。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 测试环境和噪声特性

某燃气站压缩机(产品型号 VW-11/4)噪声为  $x(n)$ , 具有声压级高的特点。如图 5(a)所示, 采用双通道音频信号分析仪(AWA6290M+)将两个信号传感器采集的音频信号传输到个人电脑上的 MATLAB2019a 软件进行算法验证处理。sensor<sub>1</sub> 到计算机的距离是主路径(1.2 m), sensor<sub>0</sub> 到计算机的距离是次路径(6.7 m)。

被测噪声的时频图由图 5(b)所示, 表明 0~1 kHz 低频范围内的声压级远高于高频范围内的声压级。为了在类似条件下将我们的算法与[1, 5, 18]中的算法进行比较, 该系统的辅助路径设置延迟为 24 个单位, 滤波器长度为 64。

### 4.2 仿真分析

首先, 通过将数据输入到改进的基于 EE 的 ANC 系统

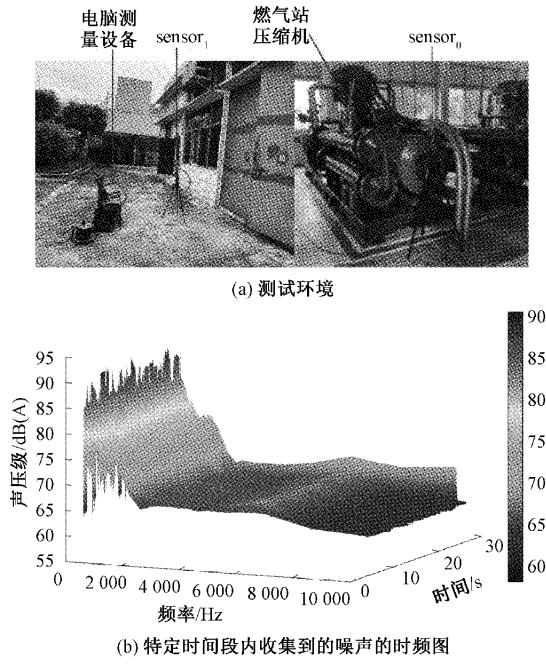


图 5 燃气站压缩机噪声测试图

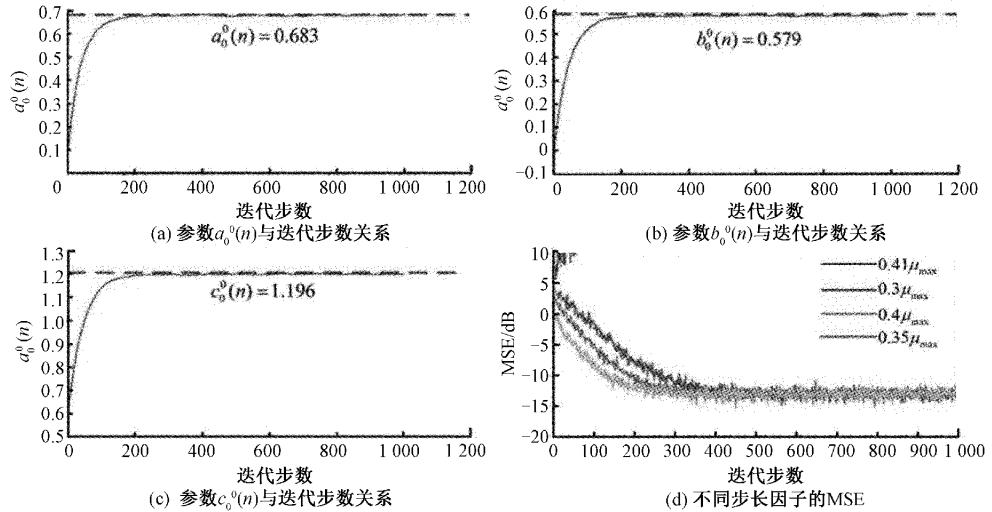


图 6 权重系数与基于改进 EE 的 ANC 系统在不同步长因子中的收敛过程

然,本文对比的算法能够有效收敛,达到一定的降噪效果。虽然,对于压缩器的噪声,改进的基于 EE 的 ANC 系统显示出更好的收敛速度,但是在应对次级路径突然注入高斯白噪声时,应对能力不足。同时,如图 7(a)所示,改进后的 ANC 系统可以在 2.5 kHz 以下的频率下将压缩器的噪声降低高达 28 dBA,幅度由 A 加权声压级表示。此外,ANC 系统的突变型检测如 7(c)所示。

#### 4.3 计算复杂度

比较了表 1 中基于 FIR 的 FXLMS 算法、基于 IIR 的 OE、基于 EE 的 ANC 系统和改进的基于 EE 的 ANC 系统的计算复杂度。 $W(z)$ 、 $A(z)$ 、 $B(z)$  和  $C(z)$  的滤波器长度分别是  $N$ 、 $N_a$ 、 $N_b$ 。一般来说,与基于 FIR 的方法相比,

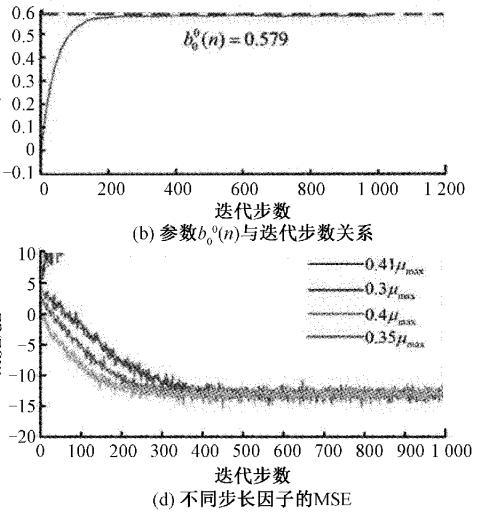
模型的式(4)~(6)中,可以计算权重系数的学习过程,如图 6(a)~(c)所示。此外,可以计算出最佳权重  $a_0^0(n) = 0.683$ 、 $b_0^0(n) = 0.579$  和  $c_0^0(n) = 1.196$ (最佳权重系数矩阵的第一列向量)。其次,根据式(9)~(11),步长边界可以计算为  $\mu_A < 0.139$ 、 $\mu_B < 0.346$ 、 $\mu_C < 0.21$ 。

因此,步长界限是  $\mu < 0.139$ ,即  $\mu = 0.139$ 。具有不同步长的学习曲线如图 6(d)所示,并通过应用以等式(14)获得:

$$\partial(n) = \gamma \partial(n-1) + (1-\gamma)e^2(n) \quad (25)$$

其中,  $\gamma=0.97$  是遗忘因素。通过采用  $n=0$ ,获得了  $\partial(0) = e^2(0)$ 。当步长小于 EEEE 时,改进的基于 EE 的 ANC 系统会收敛。

将提出的两种算法进行比较可以看出图 7(a)显示了噪声的降噪效果。FxLMS、OE、EE、改进的 EE 方法以及镜像修改 ANC 的步长分别为 0.018、0.015、0.0016、0.0007 和 0.016。基于 FxLMS 的算法过滤长度为 200;对于基于 OE 和基于 EE 的 ANC 系统,  $A(z)$  和  $C(z)$  的滤波器长度均为 42;改进的基于 EE 的系统的  $A(z)$ 、 $B(z)$  和  $C(z)$  的滤波器长度为 42;镜像修改算法的滤波器长度均为 64。显



基于 IIR 的方法可以使用更少的滤波器长度;与基于 OE 的方法相比,基于 EE 的方法需要额外的  $\hat{S}(z)$  滤波以获得输出信号;与基于 EE 的方法相比,改进的基于 EE 的方法增加了一个额外的自适应滤波器  $C(z)$ ,使 ANC 系统更加准确和快速。

表 1 显示了各种算法的计算复杂度的比较。如果我们用 FxLMS 算法将前面的数据代入 450 次乘法和 447 次加法,基于 OE 的方法需要 298 次乘法和 294 次加法,基于 EE 的方法需要 362 次乘法和 358 次加法,改进的基于 EE 的方法需要 424 次乘法和 420 次加法。显然,基于 IIR 的模型在计算复杂度上的成本更低。

表1 计算复杂度

| 算法              | 乘法器个数                            | 加法器个数                            |
|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|
| FxLMS           | $2N + L + 2$                     | $2N + L - 1$                     |
| OE ANC          | $2N_a + 2N_c + 2L + 2$           | $2N_a + 2N_c + 2L - 2$           |
| EE ANC          | $2N_a + 2N_c + 3L + 2$           | $2N_a + 2N_c + 3L - 2$           |
| Proposed EE ANC | $2N_a + 2N_b + 2N_c + 4L + 2$    | $2N_a + 2N_b + 2N_c + 4L - 2$    |
| 镜像修改算法的 ANC     | $N_a + N_b + N_c + N_d + 4L + 2$ | $N_a + N_b + N_c + N_d + 4L - 2$ |

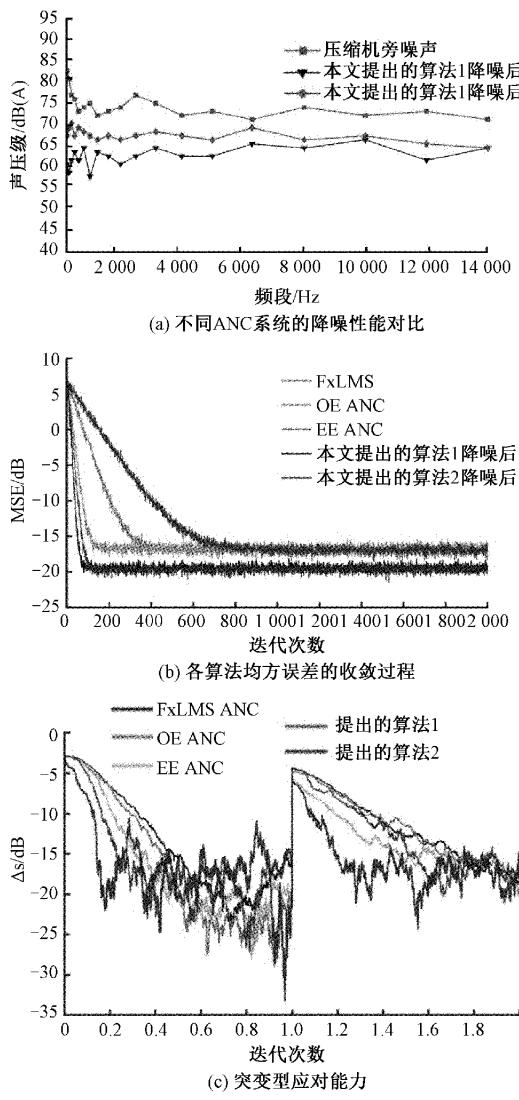


图7 不同 ANC 系统下的算法性能对比

## 5 结论

本文提出了一种基于改进的 EE 模型的自适应 IIR 滤波器,适用于处理低频范围内的噪声信号,该模型采用了收敛速度和降噪性能优越的离线二次路径建模方法。将压缩机噪声作为输入噪声数据来模拟系统的性能,结果表明,从 0 Hz 到 2.5 kHz 都有很好的降噪效果。

## 参考文献

- [1] LASOTA A, MELLER M. Iterative learning approach to active noise control of highly autocorrelated signals with applications to machinery noise[J]. IET Signal Processing, 2020, 14(8): 560-568.
- [2] 袁军,李军,孟祥胜,等.压缩机噪声的主动噪声控制系统研究[J].电子测量技术,2022,45(4):33-38,DOI:10.19651/j.cnki.emt.2108312.
- [3] 任晓敏,李东新.基于多速率 LMS 算法的语音自适应滤波器[J].国外电子测量技术,2018,37(9):68-73,DOI:10.19652/j.cnki.femt.1800908.
- [4] FURSTOSS M, THENAIL D, GALLAND M A. Surface impedance control for sound absorption: direct and hybrid passive/active strategies[J]. Journal of sound and vibration, 1997, 203(2): 219-236.
- [5] FREDIANELLI L, DEL PIZZO A, LICITRA G. Recent developments in sonic crystals as barriers for road traffic noise mitigation[J]. Environments, 2019, 6(2): 14.
- [6] KOUSSA F, DEFRAНCE J, JEAN P, et al. Acoustical efficiency of a sonic crystal assisted noise barrier[J]. Acta acustica united with acustica, 2013, 99(3): 399-409.
- [7] KUO S M, MORGAN D R. Active noise control systems[M]. New York: Wiley, 1996.
- [8] AGGGERI F, AL-BENDER F, BRUNNER B, et al. Design of piezo-based AVC system for machine tool applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36(1): 53-65.
- [9] GUO X, JIANG J, CHEN J, et al. Bibo-stable implementation of adaptive function expansion bilinear filter for nonlinear active noise control[J]. Applied Acoustics, 2020, 168: 107407.
- [10] CARINI A, MATHEWS V J, SICURANZA G L. Sufficient stability bounds for slowly varying direct-form recursive linear filters and their applications in adaptive IIR filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(9): 2561-2567.
- [11] FENG D Z, ZHENG W X. Fast RLS-type algorithm

- for unbiased equation-error adaptive IIR filtering based on approximate inverse-power iteration [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(11): 4169-4185.
- [12] NETTO S L, DINIZ P S R, AGATHOKLIS P. Adaptive IIR filtering algorithms for system identification: A general framework [J]. IEEE Transactions on Education, 1995, 38(1): 54-66.
- [13] REGALIA P A. Adaptive IIR filtering in signal processing and control [M]. London: Routledge, 2018.
- [14] MANDELBROT B B. The variation of certain speculative prices [M]. New York: Fractals and Scaling in Finance, 1997: 371-418.
- [15] BOUVET M, SCHWARTZ S C. Comparison of adaptive and robust receivers for signal detection in ambient underwater noise [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(5): 621-626.
- [16] ELLIOTT S J, NELSON P A. The active control of sound [J]. Electronics & communication engineering journal, 1990, 2(4): 127-136.
- [17] HO C Y, SHYU K K, CHANG C Y, et al. Development of equation-error adaptive IIR-filter-based active noise control system [J]. Applied Acoustics, 2020, 163: 107226.
- [18] ZHAO T, LIANG J, ZOU L, et al. A new FXLMS algorithm with offline and online secondary-path modeling scheme for active noise control of power transformers [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(8): 6432-6442.
- [19] KIM I S, NA H S, KIM K J, et al. Constraint filtered-x and filtered-u least-mean-square algorithms for the active control of noise in ducts [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1994, 95(6): 3379-3389.
- [20] FRAANJE R, VERHAEGEN M, DOELMAN N. Convergence analysis of the filtered-u lms algorithm for active noise control in case perfect cancellation is not possible [J]. Signal Process, 2003, 83: 1239-1254.
- [21] AKHTAR M T, ABE M, KAWAMATA M. A new variable step size LMS algorithm-based method for improved online secondary path modeling in active noise control systems [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2006, 14(2): 720-726.

### 作者简介

袁军,博士,副教授,主要从事混合信号IC设计和测试研究工作。

E-mail:yuanjun@cqupt.edu.cn

袁财政,硕士研究生,主要从事数字信号处理及VLSI设计。

E-mail:821384790@qq.com