

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2106553

# 基于自适应滤波的BM3D降噪算法\*

崔程程<sup>1</sup> 周先春<sup>1,2,3</sup> 詹明远<sup>4</sup> 陈璟<sup>1</sup> 汪志飞<sup>4</sup> 殷豪<sup>1</sup>

(1.南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044; 2.江苏省大气环境与装备技术协同创新中心 南京 210044;  
3.南京信息工程大学人工智能学院 南京 210044; 4.南京信息工程大学长望学院 南京 210044)

**摘要:** 基于图像的降噪算法是构建智能视频监控系统的基礎,对准确高速捕获事物具有重要意义。针对经典BM3D降噪算法中的硬阈值不能随噪声强度自适应且缺乏对图像边缘纹理信息保护的缺点,提出了一种基于自适应滤波的改进三维块匹配降噪算法。该方法首先在基础估计阶段使用自适应滤波代替硬阈值滤波进行相似块的匹配,即将软阈值应用于高噪声区域而将全变分应用于低噪声区域;然后在最终估计阶段使用K-means聚类方法寻找匹配块以得到最终去噪图像。实验结果表明,新算法将图像去噪质量平均提高了0.89 dB,图像结构相似度平均提高了1.05倍,同时也避免了传统算法造成的边缘振铃效应,有利于实际应用。

**关键词:** 三维块匹配;图像去噪;自适应阈值;K-means聚类;全变分模型

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4050

## Image BM3D denoising method based on applying adaptive filtering

Cui Chengcheng<sup>1</sup> Zhou Xianchun<sup>1,2,3</sup> Zan Mingyuan<sup>4</sup> Chen Jing<sup>1</sup> Wang Zhifei<sup>4</sup> Yin Hao<sup>1</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;  
2. Jiangsu Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing 210044, China;  
3. School of Artificial Intelligence, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;  
4. Changwang School of Honors, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** Image based denoising algorithm is the basis of building intelligent video surveillance system, which is of great significance to capture things accurately. Considering that the hard threshold of BM3D denoising algorithm cannot adapt to the noise intensity and lacks the protection of image edge texture information, an improved BM3D image denoising algorithm based on adaptive filtering is proposed. Firstly, the adaptive filter is used to replace the hard threshold filter to match the similar blocks in the basic estimation stage. More accurately, soft threshold is applied to the high-noise region and total variation is applied to the low-noise region. Then in the final estimation stage, the K-means clustering method is used to find the matching blocks to obtain the final denoising image. The experimental results show that the new algorithm improves the PSNR of images by an average of 0.89 dB, and the SSIM of images by an average of 1.05 times. At the same time, it avoids the edge ringing effect caused by the traditional algorithm, which is beneficial to practical application.

**Keywords:** BM3D; image denoising; adaptive thresholds; K-means clustering; total variation

## 0 引言

近几年来,数字图像处理已成为广大研究人员的热点之一,而图像降噪作为图像处理领域中最基础的一步,也受到更多关注<sup>[1-2]</sup>。降噪的目的就是为了在降低变化较少区域噪声的同时,还能够保持变化较大区域的信息,如图像边缘轮廓。在日常生活中,如遥感检测、视觉测量、图像融

合<sup>[3]</sup>、数字娱乐、物体识别<sup>[4]</sup>、医学成像等应用均需要考虑到图像去噪。吴从中等<sup>[5]</sup>提出了一个基于边缘增强的残差编解码去噪网络,该卷积网络在提高遥感图像去噪效果的同时还改善了图像模糊边缘细节的问题;韩丰泽等<sup>[6]</sup>针对传统视频去噪算法对深度视频去噪从而导致丢失轮廓信息与深度值的问题,提出了一种彩色图像超像素分割与深度视频分层相结合的去噪算法;Rajeev等<sup>[7]</sup>将长短时记忆

收稿日期:2021-04-29

\* 基金项目:国家自然科学基金项目(11202106,61302188)、江苏省“信息与通信工程”优势学科建设项目、江苏高校品牌专业建设工程项目、江苏省大学生创新创业训练计划项目(202010300128P)资助

(LSTM)与循环神经网络(RNN)相结合用于去除医学图像中的白噪声与椒盐噪声;张坤平<sup>[8]</sup>则将数字图像处理技术与视觉测量相结合,采用非接触式法进行距离测量,建立了图像采集相关系统。

图像去噪方法经历了从最初基于空间域的滤波方法,到基于变换域的小波分解,再到字典学习算法、三维块匹配算法(block-matching and 3D filtering, BM3D),取得了不错的成绩。其中,由Dabov提出的BM3D算法被称为当前降噪性能最好的通用图像降噪算法之一,该算法结合了空间滤波与频率滤波的优点,能够得到较高的峰值信噪比与结构相似度,也能得到良好的视觉效果。然而该算法也有不足,在处理图像的细节、纹理和边缘部分时,效果不佳,且容易产生边缘振铃现象;而且在寻找相似块时也需要遍历整个图像,计算量较大。因此,许多学者都对此算法进行了研究与改进<sup>[9-11]</sup>,Zhang等<sup>[12]</sup>将BM3D与各向异性扩散(AD)模型相结合,建立了一种新的双曲正切的扩散函数,有效保留了图像边缘与纹理细节,避免了边缘振铃现象;Huang等<sup>[13]</sup>提出了MLFE-BM3D算法,先设计一个NSCT硬阈值去噪来增强预处理图像,然后再使用BM3D融合图像进行去噪;Su等<sup>[14]</sup>利用小波去噪保留边缘信息的原理来补偿BM3D算法造成的边缘细节缺失,将小波阈值去噪与BM3D算法并行进行,算法的结构相似度和峰值信噪比明显提高。

在过去几年中,偏微分方程(partial differential equation, PDE)<sup>[15-17]</sup>也得到了广泛应用,该方法主要是通过在一维图像时进行扩散来得到平滑图像,却不能保留边缘信息。为了改善此缺陷,学者们提出了二阶PDE模型—总变分模型(total variation, TV),该模型在平滑图像和保留图像边缘方面表现得很好,但是该模型容易造成阶梯效应,丢失图像结构和纹理信息。为了解决此问题,许多算法被依次提出,Wang等<sup>[18]</sup>将分数阶导数与整数阶导数、变指数和稀疏正则化相结合,能够很好地保护图像边缘与图像纹理细节;Hu等<sup>[19]</sup>提出一种图像正则化惩罚广义高阶全变分的算法,利用图像各个方向上的高阶导数信息来建模,并且采用了ADMM算法,在提高去噪效果的同时还减少了算法的运行时间。

本文在经典三维块匹配算法的基础上提出了改进的自适应滤波BM3D降噪算法,不仅提高了块匹配的准确度,同时也避免了由于阈值与噪声强度不适应而导致的纹理细节信息丢失等问题,对于构建智能视频监控系統具有重要意义。

## 1 BM3D 降噪算法

BM3D算法是一种利用图像自身相似性和冗余性特征来进行去噪的非局部去噪算法,该算法<sup>[20]</sup>主要分为基本估计和最终估计两个阶段,每个阶段均包括块匹配、协同滤波和聚合3个部分,第1阶段为第2阶段提供权值参数,第2阶段利用第1阶段的权值对噪声进行滤波。

1)块匹配:将输入图像分成大小一致的重叠图像块,在参考块的邻域内搜索相似块,并将每组参考块与相似块堆叠成三维数组。块与块之间的相似性通常是用块间距离来表示的,两个块之间的距离越小,其相似性也就越高。输入图像中的任意块均可作为参考块,这样就可以构造出若干个相似群组。

2)协同滤波:先对每个三维数组进行二维变换后得到三维系数,再通过硬阈值收缩来降低噪声,随后通过三维逆变换产生所有聚集块的估计值。值得注意的是,在基础估计阶段采用的是硬阈值滤波,而在最终估计阶段采用的是维纳滤波。协同滤波去噪不仅需要考虑每个分组的相似块内像素点之间的相似性,还需要考虑每个分组内不同相似块相同位置的像素点的相似性。

3)聚合:由于在块匹配阶段会出现重复匹配的情况,这会导致图像信息过完备,因此需要通过聚合,将重复估计像素点的估计值进行加权平均,得到其最终估计值。

## 2 新方法的提出

### 2.1 自适应滤波技术

由于传统BM3D算法中的硬阈值滤波不能区分高低噪声区域,所以本文提出能够自适应噪声强度的滤波算法,如下所示:

$$AD(i, j) = \begin{cases} TV, & \sigma < \beta \\ SF, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\sigma$ 为高斯白噪声的标准差。

阈值的选取是非常重要的,当阈值过小则会使得噪声去除不净,而阈值过大则不能保护图像信息。通常情况下阈值为一固定常量,不能随噪声强度变化,因此本文提出自适应阈值,如下所示:

$$\beta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_r^2} \quad (2)$$

其中, $\sigma_n^2$ 为噪声方差, $\sigma_r$ 为原始图像系数。

采用的软阈值如式(3)所示:当元素绝对值 $\leq$ 阈值 $\tau$ 时,将元素值设为0;反之将阈值 $\tau$ 从元素中减去。

$$SF = \begin{cases} \text{sign}(X)(|X| - \tau), & |X| > \tau \\ 0, & |X| \leq \tau \end{cases} \quad (3)$$

其中, $X$ 是高频系数, $\tau$ 是阈值。

1992年Rudin, Osher和Fatemi(ROF)提出了一种用最小化方法来检索具有锐利边缘图像的方法,最小化TV模型为:

$$TV(f) = \iint_{\Omega} |\nabla f| dx dy \quad (4)$$

式(4)满足如下条件:

$$\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} f_0(x, y) dx dy \quad (5)$$

$$\frac{1}{|\Omega|} \iint_{\Omega} (f(x, y) - f_0(x, y))^2 dx dy = \sigma^2 \quad (6)$$

其中,加性噪声满足均值为0,方差为 $\sigma^2$ ,为了引入拉

格朗日乘数,图像的能量函数可以定义为:

$$E(f) = \iint_{\Omega} (|\nabla f| + \lambda(f - f_0)^2) dx dy \quad (7)$$

由式(4)~(6)可以得到如下欧拉-拉格朗日方程:

$$-\nabla \cdot \left( \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) + 2\lambda(f - f_0) = 0 \quad (8)$$

通过梯度下降法可以得到 TV 去噪模型为:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} = \left( \nabla \cdot \left( \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) - 2\lambda(f - f_0) \right) \\ \frac{\partial f}{\partial n} = 0 \\ f(x, y, t) |_{t=0} = f_0(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $f(x, y, t) |_{t=0} = f_0(x, y)$  为起始条件,  $\Omega$  为  $\mathbb{R}^2$  中的一个开域。

为了求解式(9),假设下式:

$$T = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) \quad (10)$$

通过计算偏导数可以求得:

$$\begin{aligned} T &= \nabla \cdot \left( \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \right) = \\ &\left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left( \frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}, \frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right) = \\ &\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right) = \\ &\frac{f_x^2 f_{xx} + f_y^2 f_{xx} - f_x^2 f_{xx} - f_x f_y f_{xy} +}{(f_x^2 + f_y^2)^{\frac{3}{2}}} + \\ &\frac{f_x^2 f_{yy} + f_y^2 f_{yy} - f_x f_y f_{xy} - f_y^2 f_{yy}}{(f_x^2 + f_y^2)^{\frac{3}{2}}} = \\ &\frac{f_x^2 f_{yy} - 2f_x f_y f_{xy} + f_y^2 f_{xx}}{(f_x^2 + f_y^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $f_x, f_y$  是原始图像  $f$  的一阶偏导数,而  $f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$  是原始图像  $f$  的二阶偏导数。

用中心差分代替一阶导数,正差分代替二阶导数,可以将式(13)改写为如下离散形式:

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} = T^n - 2\lambda(f^n - f_0^n), n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

引用空间离散符号:

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} = \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (13)$$

式(12)可以改写为:

$$f_{i,j}^{n+1} = f_{i,j}^n + \Delta t [T_{i,j}^n - 2\lambda(f_{i,j}^n - f_0^n)] \quad (14)$$

其中,

$$\begin{aligned} T_{i,j}^n &= \nabla^n \cdot \left( \frac{\nabla f_{i,j}^n}{|\nabla f_{i,j}^n|} \right) = \\ &\frac{(f_x^2)_{i,j}^n (f_{yy})_{i,j}^n - 2(f_x)_{i,j}^n (f_y)_{i,j}^n (f_{xy})_{i,j}^n + (f_y^2)_{i,j}^n (f_{xx})_{i,j}^n}{((f_x^2)_{i,j}^n + (f_y^2)_{i,j}^n)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,

$$(f_x^2)_{i,j}^n = \frac{f_{i+1,j}^n - f_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \quad (16)$$

$$(f_y^2)_{i,j}^n = \frac{f_{i,j+1}^n - f_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \quad (17)$$

$$(f_{xx})_{i,j}^n = \frac{f_{i+1,j}^n - 2f_{i,j}^n + f_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \quad (18)$$

$$(f_{yy})_{i,j}^n = \frac{f_{i,j+1}^n - 2f_{i,j}^n + f_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \quad (19)$$

$$(f_{xy})_{i,j}^n = \frac{f_{i+1,j+1}^n - f_{i+1,j-1}^n}{4\Delta x \Delta y} + \frac{f_{i-1,j-1}^n - f_{i-1,j+1}^n}{4\Delta x \Delta y} \quad (20)$$

由于本文算法中的收缩是基于软阈值的,而 BM3D 算法是基于硬阈值的,因此在应用自适应滤波函数对噪声图像进行降噪后,需使用式(21)以获得块方向估计的三维阵列:

$$\hat{I}_{S_{xR}^{AD}}^{AD} = \mathcal{F}_{SD}^{AD-1}(\gamma(\mathcal{F}_{SD}^{AD}(B_{S_{xR}^{AD}}))) \quad (21)$$

其中,  $\mathcal{F}_{SD}^{AD}$  是三维变换,  $B_{S_{xR}^{AD}}$  是由堆叠的匹配噪声块形成的组,  $S_{xR}^{AD}$  是由所有参考块和相似块构成的组。

由于块匹配之间存在重叠估计的情况,因此可以使用基本估计阶段中的  $\hat{I}_{S_{xR}^{AD}}^{AD}$  来表示图像的冗余表示,随后聚集这些估计将形成对整个图像的估计。聚合步骤的权重与相应块估计的估计总样本方程成反比。

## 2.2 K-means 聚类

在 BM3D 降噪模型中,当图像受到噪声严重污染时,噪声会隐藏在图像特征中(如边缘),从而影响到图像的匹配效果。为了改善此缺陷,本文使用 K-means 聚类方法将最终估计阶段的块匹配按区域划分得到图像边界,最后将形状自适应离散余弦变换应用在维纳滤波的各个相干段。K-means 聚类要求在参考块的邻域内搜索匹配块,这一优点提高了算法匹配度。由于在检测噪声图像边缘时会存在精度缺陷,所以将 K-means 聚类应用在维纳滤波前而不是输入噪声图像后。

在应用维纳滤波之前,通过 K-means 聚类对基本估计进行划分后,可以将块分为两大类:一类是只有 1 个分段的块(1 个相干分段),另一类是有多个相干分段的块。若是块中包含两个相干段  $L_1$  与  $L_2$ ,则假设  $h(L_1)$  与  $h(L_2)$  分别代表  $L_1$  与  $L_2$  的掩膜。

参考块  $E_{xR}$  与匹配块  $E_x$  之间的距离可由式(22)得出:

$$D_{L_i}(E_{xR}, E_x) = \frac{\|E_{xR} \cap h(L_1) - E_x \cap h(L_2)\|_2^2}{H(L_i)^2} \quad (22)$$

其中,  $H(L_i)$  为  $h(L_i)$  中的非零元素个数。

根据式(7),可以找到一个包含参考块  $E_{xR}$  与其对应匹配块  $E_x$  的组,如下所示:

$$S_{xR,i}^{wlc} = \{x \in X : D_{S_i}(E_{xR}, E_x) \leq \mathcal{J}^{wlc}\} \quad (23)$$

### 3 实验与结果

利用 MATLAB 仿真软件对噪声图像进行去噪以验证本文算法的可行性,通过峰值信噪比(PSNR)这种指标来比较和评价该算法的有效性。

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{M \times N \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [u(i,j) - u_0(i,j)]^2} \quad (24)$$

$$SSIM = \frac{(2\mu_u \mu_{u_0} + c_1)(2\sigma_{u u_0} + c_2)}{(\mu_u^2 + \mu_{u_0}^2 + c_1)(\sigma_u^2 + \sigma_{u_0}^2 + c_2)} \quad (25)$$

其中,  $M \times N$  表示图像大小,  $u(i,j)$  和  $u_0(i,j)$  分别表示原始图像与去噪图像。

为了验证图像去噪效果,实验选取了大小均为  $512 \times 512$  的 3 幅灰度图像 Lena、School 和 Barbara,如图 1 所示。这 3 个原始图像的灰度值各有特点,图像 Lena 的灰度值比较平滑,图像 Barbara 的纹理比较多,图像 School 的边缘结构比较突出。分别使用 BM3D、HOTV、NLM 和本文算法对 3 幅图进行去噪处理,去噪结果分别如图 2~4 所示,图中左上角均为局部放大图。

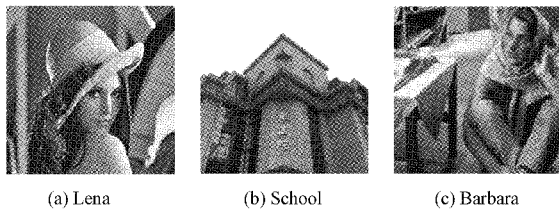


图 1 原始图

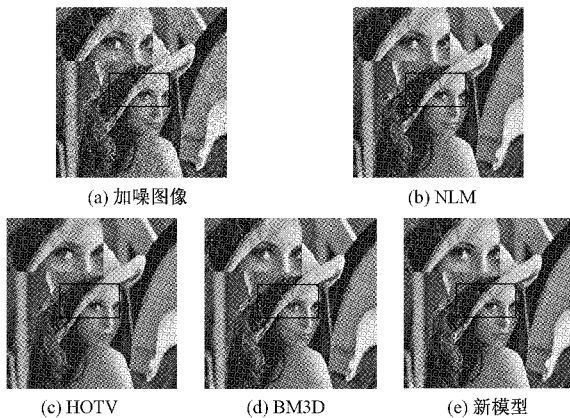


图 2 Lena 图去噪效果图

实验结果显示,图 2(d)、3(d)和 4(d)的整体视觉效果和局部细节放大视觉效果较好,且根据表 1 和 3 可知, BM3D 算法能达到较高的峰值信噪比,又根据表 2 和 4 可知, BM3D 算法的结构相似度也能得到较高数值。但也存

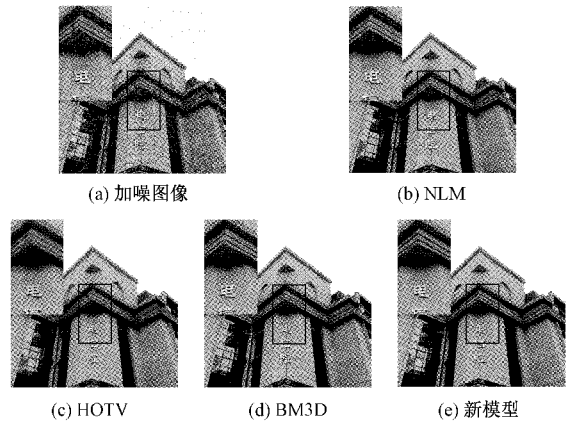


图 3 School 图去噪效果图

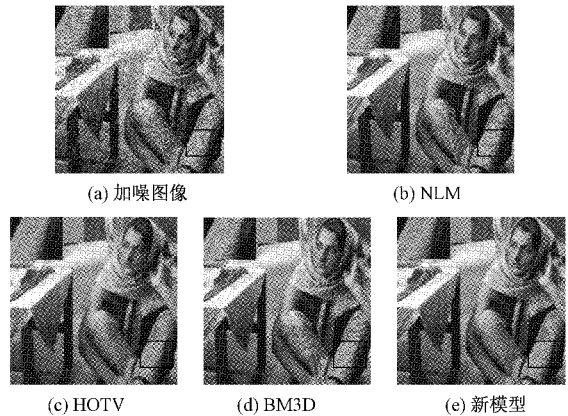


图 4 Barbara 图去噪效果图

在一些不足,在 Lena 图的眼睛周围、下颚线等处都有明显的丢失细节信息现象,还有少许的“阶梯效应”;School 图中瓷砖的边界线也有过平滑现象,图像细节被磨光;Barbara 图的复杂纹理区去噪效果显著,但是人物面部五官边缘等重要细节丢失。图 2(b)、3(b)和 4(b)的整体去噪效果相比于 BM3D 算法也略差,且峰值信噪比与结构相似度也都不太理想,3 幅图均存在严重的“阶梯效应”和边缘纹理丢失的情况,在程序运行方面,也存在耗时的缺点。由表 1~4 可知,本文算法的峰值信噪比和结构相似度相较传统算法而言,都有小幅度的提高,且在处理 Lena 图的下颚线和眼睛部分,去噪效果明显提高;School 图瓷砖边缘也很明显地保留了下来,再次证实了本文所提方法的去噪性能良好。

表 1 不同去噪模型对 Lena 图去噪的 PSNR 比较

模型	噪声图像/dB	NLM	HOTV	BM3D	本文算法
$\sigma=15$	24.613	33.054 4	32.640 3	34.271 6	35.451 3
$\sigma=25$	20.177	29.877 1	27.832 4	32.077 5	33.685 2
$\sigma=35$	17.254	28.935 5	23.233 6	30.564 8	31.757 8
$\sigma=45$	15.071	26.630 6	19.809 3	29.513 8	29.438 5

表2 不同去噪模型对Lena图去噪的SSIM比较

模型	NLM	HOTV	BM3D	本文算法
$\sigma=15$	0.537 9	0.863 1	0.895 8	0.905 1
$\sigma=25$	0.413 7	0.640 6	0.861 2	0.869 6
$\sigma=35$	0.370 1	0.404 3	0.831 3	0.842 3
$\sigma=45$	0.285 5	0.264 1	0.811 7	0.810 6

表3 不同去噪模型对Barbara图去噪的PSNR比较

模型	噪声 图像/dB	NLM	HOTV	BM3D	本文算法
$\sigma=15$	24.613	31.462 3	27.981 9	33.114 1	34.257 2
$\sigma=25$	20.177	28.538 9	25.687 8	30.717 4	31.333 3
$\sigma=35$	17.254	27.557 5	22.427 5	28.983 2	29.216 5
$\sigma=45$	15.071	25.400 0	19.507 1	27.762 4	28.866 3

表4 不同去噪模型对Barbara图去噪的SSIM比较

模型	NLM	HOTV	BM3D	本文算法
$\sigma=15$	0.894 0	0.826 4	0.922 2	0.915 7
$\sigma=25$	0.825 3	0.673 9	0.886 1	0.899 7
$\sigma=35$	0.778 0	0.488 0	0.846 7	0.854 9
$\sigma=45$	0.640 4	0.359 1	0.811 9	0.826 0

## 4 结 论

本文提出一种基于自适应阈值的改进三维块匹配去噪算法,用自适应滤波函数来代替传统算法中的硬阈值滤波。实验结果表明,提出的自适应滤波能够有效地区分高噪声区域与低噪声区域,从而在保持图像细节的同时还能有效去除图像噪声。从主客观两个评价角度来看,相较经典BM3D算法,本文算法对于内部信息结构保护更完整,去噪性能也较好,但是改进算法在提高去噪性能的同时也提高了时间复杂度,因此如何在提高去噪性能的同时还能保持较低时间复杂度也是下一步需要研究的方向所在。

## 参考文献

- [1] TIAN Y, WANG J, ZHANG Y. Hybrid image denoising based on region division[J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2020, 64(3):308.
- [2] 周先春,张浩瑛,吴婷,等.拟合扩散的自适应图像去噪方法[J].电子测量与仪器学报,2020,34(2):97-106.
- [3] 郭玥,于希明,王少军,等.遥感图像云检测的多尺度融合分割网络方法[J].仪器仪表学报,2019,40(6):31-38.
- [4] 吴睿曦,肖秦琨.基于深度网络和数据增强的多物体图像识别[J].国外电子测量技术,2019,38(5):86-90.
- [5] 吴从中,陈曦,詹曜.结合残差编解码网络和边缘增强的遥感图像去噪[J].遥感学报,2020,24(1):27-36.
- [6] 韩丰泽,董文帅,张维忠.深度分层融合超像素分割的深度视频去噪算法[J].青岛大学学报(工程技术版),2020,35(1):11-15.
- [7] RAJEEV R, SAMATH J A, KARTHIKEYAN N K. An intelligent recurrent neural network with long short-term memory (LSTM) BASED batch normalization for medical image denoising[J]. Journal of Medical Systems, 2019, 43(8):1-10.
- [8] 张坤平.数字图像处理在距离测量中的应用[J].数字技术与应用,2016(6):84-84.
- [9] LI Y J, ZHANG J, WANG M. Improved BM3D denoising method[J]. IET Image Processing, 2017, 11(12):1197-1204.
- [10] YAHYA A A, TAN J, SU B, et al. BM3D image denoising algorithm based on an adaptive filtering[J]. Multimedia Tools and Applications, 2020, 79(4):20391-20427.
- [11] ABDULLAH Y A, TAN J, SU B, et al. Image noise reduction based on applying adaptive thresholding onto PDEs methods[J]. The Journal of Engineering, 2017, 2017(6):246-253.
- [12] ZHANG Y, SUN J. An improved BM3D algorithm based on anisotropic diffusion equation[J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2020, 17(5):4970-4989.
- [13] HUANG SH, ZHOU P, SHI H, et al. Image speckle noise denoising by a multi-layer fusion enhancement method based on block matching and 3D filtering[J]. The Imaging Science Journal, 2020, 67(4):224-235.
- [14] SU Q, WANG Y, LI Y, et al. Image denoising based on wavelet transform and BM3D algorithm[C]. 2019 IEEE 4th International Conference on Signal and Image Processing(ICSIP), IEEE, 2019:999-1003.
- [15] JING L, FEI G, LI Z. A model of image denoising based on partial differential equations[J]. Icic Express Letters, 2011, 5(4):1019-1024.
- [16] HADRI A, AFRAITES L, LAGHRIB A, et al. A novel image denoising approach based on a non-convex constrained PDE: Application to ultrasound images[J]. Signal Image and Video Processing, 2021(7):1-8.
- [17] PRASATH V B S. Image denoising by anisotropic diffusion with inter-scale information fusion[J]. Pattern Recognition and Image Analysis, 2017, 27(4):748-753.
- [18] WANG Y, WANG Z. Image denoising method based on variable exponential fractional-integer-order total variation and tight frame sparse regularization[J]. IET Image Processing, 2021, 15(1):101-104.
- [19] HU Y, ONGIE G, RAMANI S, et al. Generalized higher degree total variation(HDTV) regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(6):2423.
- [20] HUANG S, TANG C, XU M, et al. BM3D-based total variation algorithm for speckle removal with structure-preserving in OCT images [J]. Applied Optics, 2019, 58(23):6233-6243.

## 作者简介

崔程程,硕士研究生,主要研究方向为图像处理。

E-mail: cui\_ccc123@163.com

周先春,博士,副教授,主要研究为信号与信息处理和图像处理。

E-mail:zhouxc2008@163.com