# MUSIC 算法的性能分析与改进

## 张杰张良

(南京电子技术研究所 通信与信息系统专业 南京 210000)

摘 要:使用均匀线性天线阵列雷达,在 MUSIC 小波预处理方法的基础上对其进行改进,将小波预处理 MUSIC 算法改进成小波包预处理 MUSIC 算法,并将其与旋转不变子空间算法(ESPRIT)算法、最大似然估计法(MLE)算法和 小波预处理 MUSIC 算法进行仿真比较,通过计算机仿真结果证明,改进后的小波包预处理 MUSIC 法比小波预处理 MUSIC 方法具有更高的精确度和更好的稳定性。

关键词:多重信号分类法;小波预处理;小波包预处理

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.1050

# Performance analysis and improvement of the MUSIC algorithm

Zheng Jie Zhang Liang

(Communication and Information System, the Fourteenth Institute, Nanjing 210000, China)

**Abstract**: The main objective of this article is to improve the performance of SDWTP-MUSIC algorithm to SDWPP-MUSIC algorithm. Then, we compare its performancem with 3 famous eigen structurealgorithms, known as the multiple signal classification (MUSIC), the estimation of signal parameter via rotational invariance techniques (ESPRIT), and non-subspace method maximum-likelihood estimation(MLE) for direction of arrival (DOA). The performance of this DOA estimation algorithm is based on uniform linear array (ULA). A number of simulation results were carried out using MATLAB and werecompared with experimental ones. The comparison shows that the MUSIC algorithm is more accurate andstable compared to the ESPRIT, MLE and SDWPP-MUSCI algorithms.

Keywords: MUSIC; SDWTP-MUSIC; SDWPP-MUSIC

# 0 引 言

在过去的几十年里,精确测量信号的波达方向在军 事通信领域,雷达系统和商业应用中已经获得极大的关 注。无线通信、射电天文学、声呐、雷达和目标跟踪中都 对此有所应用,在国防中更是用来确定威胁目标的方 位。但是由于"瑞利限"<sup>[1]</sup>的限制,对于两个位于一个波 束宽度内的空间目标不可分辨。所以提高空域处理精 度的有效方法就是增大天线孔径,从而达到提高精度的 目的。但是对于许多实际应用环境而言,增大天线孔径 是不现实的,所以需要更好的算法来提高方位估计的精 度。因此如何突破瑞利限一度成为广大学者的重要研 究方向,从而促进了空间谱估计技术的兴起与发展。本 文对文献[8-9]中的小波预处理 MUSIC<sup>[2-4]</sup>算法进行改 进,创新性的提出了小波包预处理 MUSIC 算法,实验结 果证明,小波包预处理 MUSIC 算法的精确度和稳定性 得到了极大的提高。

### 1 天线模型

阵列天线是通信系统的重要组成部分。它可以通过接 收到的信号的频谱特性来精确确定信号的位置信息。但是 完成这样测向定位之前,需要先进行一个模拟仿真来以优 化其效率。在本文中,使用的是4阵元均匀线性阵列天线。 图2展示了一个常规阵列天线,N个阵元排列在一条直线 上,各传感器之间的间距 d。信号的入射角度 θ<sub>M</sub> 为信号入 射方向与天线孔径垂线的夹角。

## 2 小波包处理(SDWPP)对 MUSIC 算法进行改进

文献[8-9]中,使用了小波分析 MUSIC 算法 (SDWTP),SDWTP 算法可以对信号进行有效的时频分 析,但是由于其尺度是二进制变换的,所以在高频频段其频 域分辨率较差,而在低频段其时域分辨率较差。所以本文 对小波分析(SDWTP)<sup>[5-8]</sup>再进行改进,创新出小波包分析 算法(SDWPP)<sup>[9-10]</sup>,它能根据被分析信号的特征,自适应选



图 1 N 阵元天线阵列, M 个信号源

择相应频带,使之与信号频谱相一致,从而提高时频分辨率。二阶小波包分解的频域分解如图2所示。



图 2 二阶小波包分解的频域分解框图

文献[8-9]中对空间频段只是分解成 3 个子空域,即 子空域 1:[-π/4, π/4]:,

子空域 2:[
$$-\pi/2,\pi/4$$
]和[ $\pi/4,-\pi/2$ ]

子空域 3: $[-\pi, -\pi/2]$ 和 $[\pi/2, \pi]$ 

这里我们对上述方法进行改进,利用小波包处理对空 间频段重新进行分解,小波包处理空间角频段和来波空域 的对应关系如图 3 所示。

	空间角频段	来波空域	阵元数
子空域1	$[-\pi/4, \pi/4]$	[-14°, 14°]	8
子空域2	$[-\pi/2,-\pi/4]$ 和[ $\pi/4,\pi/2]$	[-30°,-14°]和[14°,30°]	8
子空域3	$[-3\pi/4,-\pi/2]$ 和[ $\pi/2,3\pi/4]$	[-48°,-30°]和[30°,48°]	8
子空域4	$[-\pi/2 \ , -\pi 3/4] \pi [\pi/4 \ , \pi/2]$	[-90°,-48°]和[48°,90°]	8

图 3 小波包处理空间角频段和来波空域的对应关系

由图 3 可知小波包处理将空间角频段和来波空域分解 为 4 个子空域,每个子空域虚拟阵列单元的数目为 8 个,运 算量相对于小波预处理大大降低。图 4 位 SDWPP 产生的 虚拟阵列示意图。



SDWTP 算法的计算量:  $\sigma(32) + 2\sigma(8^3) + \sigma(16^3)$ SDWPP 算法的计算量:  $\sigma(32) + 4\sigma(8^3)$ 可见当采用 32 单元阵列时, SDWPP 算法的计算量仅 为 SDWTP 算法的 40%。

#### 3 仿真结果与分析

#### 3.1 仿真实验1~6

表 1~表 6 是在 MATLAB 环境下,分别用 SDWPP-MUSIC、ESPRIT 和 MLE 算法来进行 DOA 估计的仿真结 果。通过改变天线阵列的参数,例如阵元数 N,阵元间距 d,任意时间的快拍数,获得了列表中的测向结果,并对其 进行了分析。试验中,假设 M 个稳定信号入射到均匀线性 阵列上,阵元间距为 $\lambda/2$ ,并假设每个入射信号能量均匀, 并且噪声为加权的高斯白噪声。实验中,信号的波达方向 分别为 $\theta_1 = -30^\circ, \theta_2 = 30^\circ, \theta_3 = 60^\circ$ ,各算法的理论角度搜 所范围为-90°~90°。

表 1 DOA 估计( $k=1.024, d=\lambda/2$ )

Ν	$\theta_{\rm in}/(^{\circ})$	$\theta_{_{ m MUSIC}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MUSIC}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\mathrm{ESPRIT}}$	$\theta_{_{\mathrm{MLE}}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{_{ m MLE}}$
4	-30	-30.2	-0.2	-29.8	+0.2	-29.5	+0.5
	30	30.2	0.2	29.6	-0.4	31.6	+1.6
	60	59.9	-0.1	59.4	-0.8	55.4	-4.6
6	-30	-30.1	-0.1	-29.9	+0.1	-29.9	+0.1
	30	30	0	30.1	0.1	30	0
	60	59.8	-0.2	60.1	-0.2	60.4	+0.4
8	-30	-29.9	+0.1	-29.8	+0.2	-30.1	-0.1
	30	30	0	30.2	0.2	29.9	0.1
	60	60	0	60	0	60	0
10	-30	-30	0	-30	0	-30	0
	30	30	0	29.8	-0.2	30.2	+0.2
	60	60	0	59.9	-0.1	60	0
12	-30	-30	0	-29.8	+0.2	-30	0
	30	30	0	30.1	0.1	29.9	-0.1
	60	60	0	59.9	-0.1	60	0

表 2 DOA 估计(k=128, $d=\lambda/2$ )

Ν	$\theta_{\rm in}/(^{\circ})$	$\theta_{_{ m MUSIC}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{_{ m MUSIC}}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm esprit}$	$\theta_{_{ m MLE}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MLE}$
4	-30	-30.6	-0.6	-30.8	-0.8	-30.4	-0.4
	30	29.4	-0.6	31.5	+1.5	32.6	+2.6
	60	58.6	-1.4	55.1	-5.9	56	-4
6	-30	-29.9	+0.1	-30.9	-0.9	-30.1	-0.1
	30	30	0	28.8	-1.2	30.1	+0.1
	60	59.9	-0.1	61	+1	60.1	+0.1
8	-30	-30	0	-30.1	-0.1	-30.2	-0.2
	30	30.2	0.2	30.1	+0.1	30	0
	60	59.6	-0.4	59.7	-0.3	60.1	0.1
10	-30	-30	0	-29.9	+0.1	-29.9	+0.1
	30	30.1	0.1	30	0	30.1	+0.1
	60	59.9	-0.1	60.5	+0.5	60	0
12	-30	-30	0	-30.2	-0.2	-30.1	-0.1
	30	30	0	30	0	30	0
	60	59.9	-0.1	60.6	+0.6	59.9	-0.1

表 3 DOA 估计( $k=1.024, d=\lambda/4$ )

Ν	$\theta_{\rm in}/(^{\circ})$	$\theta_{_{ m MUSIC}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MUSIC}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm ESPRIT}$	$\theta_{_{\mathrm{MLE}}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MLE}$
4	-30	-30.6	-0.6	-31.9	-1.9	-29.5	+0.5
	30	31	1	40.2	+10.2	32.6	+2.6
	60	64.4	+4.4	55.1	-5.1	42.6	-12.6
6	-30	-29.8	+0.2	-29.6	+0.4	-30.3	-0.3
	30	30	0	30.4	+1.4	30.1	+0.1
	60	60.2	+0.2	61	+1	42.6	-12.6
8	-30	-30.1	-0.1	-30.2	-0.2	-30.1	-0.1
	30	30	0	30.1	+0.1	31.3	1.3
	60	59.9	-0.1	60.1	+0.1	56.7	-4.3
10	-30	-30	0	-29.9	+0.1	-30	0
	30	30	0	29.9	-0.1	30.4	+0.4
	60	59.9	-0.1	59.8	-0.2	59.4	-0.6
12	-30	-30	0	-30	0	-30.2	-0.2
	30	30	0	30.1	0.1	29.9	-0.1
	60	59.9	-0.1	60.5	+0.5	60.2	+0.2

表 4 DOA 估计(k=128, $d=\lambda/4$ )

Ν	$\theta_{\rm in}/(^{\rm o})$	$\theta_{_{ m MUSIC}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MUSIC}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm esprit}$	$\theta_{\rm MLE}/(^\circ)$	$\varDelta_{\rm MLE}$
4	-30	-29.9	+0.1	-28.9	+1.1	-31.6	-1.6
	30	33.7	3.3	26.5	-4.5	22.6	-7.4
	60	60.4	+0.4	45.1	-15.9	44.5	-16.5
6	-30	-30.4	-0.4	-31.9	-1.9	-30.2	-0.2
	30	29.9	-0.1	32.8	2.8	30.1	+0.1
	60	59.1	-0.9	57.5	-3.5	42.2	-17.8
8	-30	-29.9	0.1	-29.5	+0.5	-28.6	+1.4
	30	30.1	0.1	30.7	+0.7	30.4	+0.4
	60	59.9	-0.1	61	+0.1	60.1	+0.1
10	-30	-29.7	0.3	-30.5	-0.5	-29.9	+0.1
	30	27.7	-2.3	30.3	-30.3	30.6	+0.6
	60	59.9	-0.1	60.5	+0.5	58.9	-1.1
12	-30	-30	0	-30.8	-0.8	-29.7	+0.3
	30	30	0	29.3	0.7	30.1	+0.1
	60	59.9	-0.1	59.2	-0.8	60.1	+0.1

表 5 DOA 估计(k=1 024,d=0.75λ)

N	$\theta_{\rm in}/(^{\circ})$	$\theta_{_{ m MUSIC}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\mathrm{MUSIC}}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\mathrm{ESPRIT}}$	$\theta_{_{\mathrm{MLE}}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MLE}$
4	-30	-29.8	+0.2	-26.5	+3.5	-28.8	+1.2
	30	30	0	30.1	+0.1	30	0
	60	56.7	-3.3	62.6	+2.6	58.4	-1.6
6	-30	-28.4	-1.6	-29.9	+0.1	-29	1
	30	30	0	30.1	2.8	29.9	-0.1
	60	59.1	-0.9	56.7	-3.5	57.7	-2.3
8	-30	-29.9	+0.1	-27.8	+0.5	-29	+1
	30	30	0	29.9	+0.7	30.1	+0.1
	60	56.6	-3.4	60.1	+0.1	58.2	-1.8
10	-30	-29.8	0.2	-27.7	+2.5	-28.9	+1.1
	30	30	0	30	0	30.2	+0.2
	60	59.6	-0.4	60.3	+0.3	58.3	-1.7
12	-30	-30	0	-29.9	+0.1	-28.8	+1.2
	30	30	0	30	0	30	+0
	60	59.8	-0.2	56.6	-3.6	58.5	-1.5

表 6 DOA 估计(k=128,d=0.75λ)

Ν	$\theta_{\rm in}/(^{\circ})$	$\theta_{_{\mathrm{MUSIC}}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{_{ m MUSIC}}$	$\theta_{\rm ESPRIT}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm esprit}$	$\theta_{_{ m MLE}}/(^{\circ})$	$\varDelta_{\rm MLE}$
4	-30	-28.7	+1.3	-28.7	+1.3	-28.9	+1.1
	30	29.6	-0.4	30.3	+0.3	30.6	0.6
	60	58.5	-1.5	58.6	-1.4	58.4	-1.6
6	-30	-29.1	+0.9	-24.6	+5.4	-28.8	+1.2
	30	30.1	0.1	30	0	29.9	-0.1
	60	57.9	-2.1	56.5	-3.5	58.1	-1.9
8	-30	-29.5	+0.5	-28.2	+1.8	-29	+1
	30	29.9	-0.1	30.1	+0.1	30.1	+0.1
	60	57.2	-2.8	59.5	-0.5	58.1	-1.9
10	-30	-29.3	+0.7	-29.8	+0.2	-28.9	+1.1
	30	30	0	30	0	30.1	+0.1
	60	57.6	-2.4	56.9	-3.1	58.3	-1.7
12	-30	-29.7	+0.3	-29.9	+0.1	-28.7	+1.3
	30	30	0	30.1	0.1	30.1	+0.1
	60	58.8	-1.2	60.4	0.4	58.3	-1.7

从表 1~6 可以看出, SDWPP-MUSIC、ESPRIT 和 MLE 3 种算法,在信号入射角度分别为  $\theta_1 = -30^\circ, \theta_2 =$  $30^\circ, \theta_3 = 60^\circ$ 时,随着阵元数从 4 增加到 12, 谱峰变得更加 尖锐;实验还可以看出,当快拍数从 128 增加到 1 024 时, 信号的波达估计方向更加精确;当阵元间距从 0.25λ 增加 到 0.75λ 时,频谱波峰的分辨率越高,但是由于栅瓣的原 因,在间距为 0.75λ 的时候还是可以观察到一些波峰。

通过观察图表,发现3种方法还对测量波达方向还是 有一定的误差:本文 SDWPP-MUSIC 算法相对于 ESPRIT 算法和 MLE 算法,误差更少;在改变阵元数,快拍数和阵 元间距的情况下,SDWPP-MUSIC 算法的误差率最大为 11%,最小为0.16%,同样的条件下,ESPRIT 算法的误差 率为0.33%~33.3%,MLE 算法的误差率为0.33%~ 29.66%。

# 3.2 仿真实验7

对经典 MUSIC 算法、小波预处理 MUSIC 算法 (SDWTP-MUSIC)、小波包预处理 MUSIC 算法(SDWPP-MUSIC)进行横向对比,其仿真实验结果如图 5 所示。

实验条件:信号来向 40°、42°



图 5 3 种方法仿真结果对比

从图 5 中可以看出,SDWPP 方法在处理空域 3 时谱峰 深度比常规方法深近 5 dB,比 SDWTP 方法深近 8 dB。因 此,SDWPP 方法比 SDWTP 方法有更好的降低噪声的性 能。此仿真实验说明了本文提出的 SDWPP 方法在降噪性 能上优于 SDWTP 方法。如果进一步降低信噪比可以更清 楚的看到 SDWPP 方法对 SDWTP 的改进效果。

#### 3.3 仿真实验8

低信噪比条件下 3 种方法横向比较,结果如图 6 所示。



图 6 低信噪比时的仿真结果对比

从上图可以看出,当信噪比较低的时候,常规 MUSIC 算法和 SDWTP 方法产生的功率谱在信号方向上是模糊 的,一般只能够分辨出一个信号,而 SDWPP 算法仍能分辨 出两个信号,而且谱峰深度达 3 dB 左右的,两个信号非常 容易区分开来。从上面这个仿真的实验可以看出,本文提 出的 SDWPP 方法在处理来自 30°~90°空域的信号时比 SDWTP 方法更加有效。

#### 4 结 论

本文创新的改进了小波预处理算法,使用小波包处理 MUSIC算法(SDWPP-MUSIC),通过仿真实验,验证了 SDWPP-MUSIC相对于 MUSIC算法具有更佳的降噪性能, 频谱深度更深,而且在当信噪比较低的时候,常规 MUSIC 算 法产生的功率谱在信号方向上是模糊的,一般只能够分辨出 一个信号,而 SDWPP 算法仍能分辨出两个信号,而且谱峰 深度达 3 dB 左右的,两个信号非常容易区分开来。

## 参考文献

- BALABADRAPATRUNI S S. Performance evaluation of direction of arrival estimation using MATLAB [J].
   SignalImage Process. Int. J. 2012(3):57-72.
- [2] MAO G, FRIDAN B, ANDERSON B. Wireless sensor network localization techniques[J]. Comput. Network, 2009(51): 2529-2553.
- [3] YANG P, YANG F, NIE Z P. DOA estimation with sub-array divided technique and interpolatedesprit algorithm on a cylindrical conformal array antenna [J]. Progress. Electromagn. Res, 2010:103, 201-16.
- [4] VINCENT F, BESSON O, CHAUMETTE E. Approximate unconditional maximum likelihood directionof arrival estimation for two closely spaced targets[J]. IEEE Signal Process. Lett. 2015(22) : 86-89.
- [5] XIN J, ZHENG N, SANO A. Simple and efficient nonparametric method for estimating the number of signals without eigen decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2010(55):1405-1420.
- SI W J, LAN X Y, ZOU Y. Novel high-resolution DOA estimation using subspace projectionmethod[J].
   J. China University. Post. Telecommucation, 2012 (19):110-116.
- [7] LI B, ZOU Y X, ZHU Y S. Direction estimation under compressive sensing framework: A reviewand experimental results [C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation, ICIA, Shenzhen, China, 2011;63-68.
- [8] 孙萍萍.基于小波包理论的激波信号去噪研究.国外 电子测量技术,2016,35(7):38-43.
- [9] 任晓航,单宝堂,吴昊.新型快速 DOA 估计算法. 国 外电子测量技术,2016,35(8):22-26.
- [10] 汪剑鸣,代月霞,王琦,等. 基于小波多分辨分析和 LSQR的快速 EIT 图像重建算法[J]. 电子测量与仪 器学报,2016,30(4):518-526.
- [11] 苏祖强,萧红,张毅,等. 基于小波包分解与主流形识 别的非线性降噪[J]. 仪器仪表学报,2016,37(9): 1954-1962.

# 作者简介

**张杰**,南京大学毕业,现就读于南京电子技术研究所通 信与信息系统专业,主要研究方向为雷达超分辨测向和相 关算法的研究。

E-mail:1129042201@qq. com

• 112 •