

基于小样本的雷达探测距离数据统计方法

王军东

(中国飞行试验研究院 西安 710089)

摘要: 为了对小样本条件下机载火控雷达探测距离指标作出合理的验证,并且节约试验成本,本文在分析常用雷达探测距离评定方法不足的基础上,针对雷达探测距离试验的特点,提出了利用数理统计中的 t 分布理论,按 t 分布方法对雷达探测距离进行了估计,得到雷达探测距离分布符合非中心 t 分布特征,同时对试验样本量进行了预测。雷达探测距离的小子样 t 分布检验法,既能够达到减少飞行试验架次,试验结果也可信。实践证明,该方法有明显的优越性和应用前景。

关键词: 小样本;雷达探测距离; t 分布

中图分类号: TN951 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 110.67

Statistical method of radar detection range data based on small sample

Wang Jundong

(Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China)

Abstract: In order to make a reasonable verification on the condition of small samples of airborne fire control radar detection range index, and save the cost of test, based on the analysis of the commonly used evaluation method of radar detection range is insufficient, according to characteristics of radar detection distance test, put forward using t distribution theory in mathematical statistics, according to the radar detection range was estimated t distribution method, radar detection distance distribution with t distribution center, while the test sample is predicted. The radar detection distance of small sample t distribution test method, which can reduce flight test vehicles, test results are credible. Practice has proved that the method has obvious advantages and application prospects.

Keywords: small sample; radar detection range; t -distribution

1 引言

机载火控雷达探测距离是机载火控武器系统重要性能指标之一,也是全机系统定型试验中必须验证考核项目。目前雷达探测距离试验所采用的是经典数理统计方法。在以往型号试验项目当中,通常雷达探测距离试飞是试验周期长,需要的人力、物力多的试验项目之一。为得到置信度较高的试验结果,按照军标规定,进入定型试验阶段后,所需的子样数往往是几十个甚至更多,迫使对每一试验项目都需进行多次重复的检验。从而不可避免地导致了试验周期长、试验成本高等问题,同时也给试验的组织、协调和实施带来了极大难度。也有一些试验总共采集 11 组数据,将所得数据进行排序,按累积概率给出试验结果,该方法虽简单便捷,但是样本量少,导致置信概率偏小^[1],可信度不高。

为了解决这些实际问题,需要对现有火控雷达探测距离的试验评估中较大子样检验的试验方法进行优化和改

进,探索出一种合理的小子样试验方法。小子样 t 分布检验法,能够达到减少飞行试验架次,从而能够有效地缩短试验周期,提高试验效率,降低试验成本。近年来,国内相关领域的学者和工程技术人员,从理论到工程应用方面,特别在武器装备可靠性、维修性和测试性试验领域^[2-9],对小样本理论方面作了大量的研究,并取得了很好的成果。

2 雷达探测距离估计

火控雷达探测距离(记作 R_{\max}),通常是指一定检测概率(P_d)条件下的检测距离,同时要达到一定置信概率(P)。雷达检测目标也是在特定状态下进行,包括目标的雷达截面积、相对飞行速度和飞行高度、试验载机的飞行高度等。当载机和目标机以一定距离相互接近过程,飞行员在雷达或战术台显示器上最先发现目标的距离,即判定为本次进入雷达对目标的最大发现距离。重复此动作,即可得到雷达探测距离的一组试验样本。传统方法就是将这些试验数

据按照累积概率给出试验结果^[9-12],下面给出利用 t 分布方法给出探测距离的方法。

假设探测距离置信概率 P 为 γ , $0 < \gamma < 1$, 检测概率 P_d 为 β , $0 < \beta < 1$, 雷达探测距离可定义为试验最大探测距离 R 的分布函数的 p 分位点, $\beta = 1 - p$, 即

$$P\{P(R > R_{\max}) > 1 - p\} > \gamma \quad (1)$$

$$\text{或 } P\{P(R > R_{\max}) > \beta\} > \gamma \quad (2)$$

在样本量足够多时, 雷达探测距离的分布为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 如果记 $\Phi^{-1}(p)$ 为正态分布函数 $\Phi(x)$ 的 p 分位点(图1, 正态分布密度函数 p 分位点)。则最大探测距离:

$$R_{\max} = \mu - \Phi^{-1}(p)\sigma \quad (3)$$

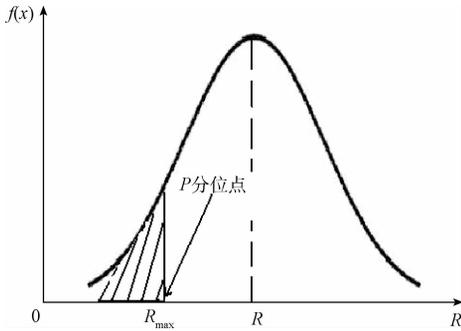


图1 正态分布密度函数 p 分位数

因为 R 的分布类型已知, μ, σ^2 未知, 现对 μ, σ^2 进行估计, 按最大似然法, 似然函数为:

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

将其取对数, 并令关于 μ, σ^2 的一阶导数为 0, 则得:

$$\ln[L(\mu, \sigma^2)] = \ln(2\pi)^{-\frac{n}{2}} - \frac{n}{2} \ln\sigma^2 - \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (5)$$

$$\frac{d[\ln L(\mu, \sigma^2)]}{d\mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (R_i - \mu) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d[\ln L(\mu, \sigma^2)]}{d\sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2 = 0 \quad (7)$$

解此关于 μ, σ^2 方程组得 μ, σ^2 的估计值:

$$\bar{\mu} = \bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 = S^{*2} \quad (9)$$

为了得到 σ^2 的无偏估计用

$$S^2 = \frac{n}{n-1} S^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \quad (10)$$

从而得到标准差 σ 的估计:

$$\bar{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} \quad (11)$$

通过以上可得, 最大探测距离的估计

$$\bar{R}_{\max} = \bar{R} - \Phi^{-1}(p)S \quad (12)$$

但是, 雷达试验的工程当中, 在考核雷达探测距离时, 由于受试验成本和试验进度要求, 不可能反复进行, 得到非常充足的试验样本, 那么, 在所得试验样本较少的情况下, 样本分布就不能按正态处理。在统计学中, 总体为正态分布的处理通常按小样本进行统计处理, 即利用 t 分布进行统计处理。文中讨论雷达探测距离试验总样本量为小样本, 因此, 雷达探测距离试验样本应服从非中心 t 分布。

通过上面讨论可得, 火控雷达的探测距离试验所得样本, 未知参数 μ 与 σ^2 的最大似然估计量是样本均值 \bar{R} 和 S^2 。

根据试验小样本服从 t 分布, 希望所求的火控雷达最大探测距离 R 具有如下形式:

$$R_{\max} = \bar{R} - tS \quad (13)$$

这样确定最大探测距离的问题就转化为确定 t 的问题, 即对给定的 P_d 和 P , 即 β 和 γ , $0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1$, 要确定 t , 使

$$P\{P(R > R_{\max}) > 1 - p\} > \gamma \quad (14)$$

$$\text{或 } P\left\{\Phi\left(\frac{\bar{R} - tS - \mu}{\sigma}\right) \geq \beta\right\} > \gamma \quad (15)$$

若记 u_β 为 $N(0, 1)$ 分布的 $1 - \beta$ 分位数, 则上式中中括号内的不等式 $\Phi\left(\frac{\bar{R} - tS - \mu}{\sigma}\right) \geq \beta$ 等价于 $\left(\frac{\bar{R} - tS - \mu}{\sigma}\right) \geq u_\beta$, 于是所求的 t 应满足:

$$p\left\{\frac{\bar{R} - \mu - U_\beta\sigma}{S} > t\right\} \geq \gamma \quad (16)$$

$$\text{由于 } (\bar{R} - \mu - U_\beta\sigma)/S \sim t(n-1, \delta) \quad (17)$$

其中 $t(n-1, \delta)$ 表示服从自由度为 $n-1$, 非中心参数为 δ 的非中心 t 分布, 于是所求的 t 应满足:

$$P\{t(n-1, \delta) > \sqrt{nt}\} \geq \gamma \quad (18)$$

若记 $t_p(n-1, \delta)$ 为上述非中心 t 分布的上 P 分位数, 则只要取

$$t = t_{1-\gamma}(n-1, \delta)$$

即可获得 $R_{\max} = \bar{R} - tS$

非中心 t 分布的密度函数为:

$$t(x; n, \delta) = \frac{n^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (n+x^2)^{\frac{n}{2}}} \sum_{m=0}^{\infty} \Gamma\left(\frac{n+m+1}{2}\right) \left(\frac{\delta^m}{m!}\right) \left(\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{n+x^2}}\right)^m \quad (19)$$

$$(-\infty < x < +\infty)$$

式中: n 为自由度, $\delta = \mu/\sigma$ 为非中心参数, 称非心度^[13-15]。

式(1)可转换为:

$$P\{T > t_p(n-1)\} = \int_{t_p(n-1)}^{+\infty} t(x; n, \delta) dx = 1 - p \quad (20)$$

点 $t_p(n-1)$ 为该 t 分布的下 p 分位数,如图 2 所示。

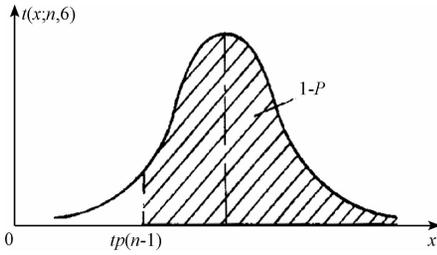


图 2 t 分布的概率分布下 p 分位数

$$\Phi^{-1}(x) \text{ 被 } t_{1-p}(n-1) \text{ 代换,式(13)可表为}$$

$$\bar{R}_{\max} = \bar{R} - t_{1-p}(n-1)S \quad (21)$$

式中: $t_{1-p}(n-1)$ 可通过分位数 p 值和自由度 $n-1$ 值得到。

3 试验总样本量的确定

已知在雷达探测距离试验中,样本量足够多时,雷达探测距离的分布为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,每次重复试验可以看作是等精度独立测量。测量精度可以通过均值来估计。

$$\text{由于 } S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (R_i - \bar{R})^2} \quad (22)$$

$$\text{其中, } \bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (23)$$

平均值的均方根差

$$\delta_R = \frac{1}{\sqrt{n}}S \quad (24)$$

$$\text{令 } Q = \frac{\delta_R}{S} \quad (25)$$

从式(24)可以看出,增加测量次数 n 可以提高均值 \bar{R} 的精度,但实际上,在样本方差 S 不变的情况下,可以得到,标准差精度 δ_R 与观测次数 n 的关系曲线,如图 3 所示。

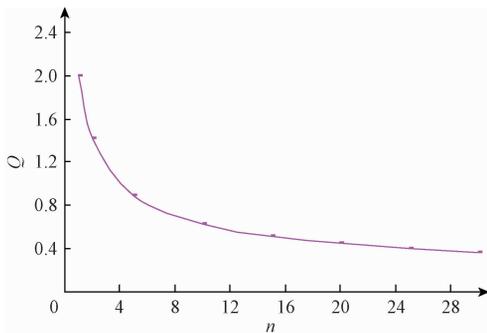


图 3 Q 与观测次数 n 的关系曲线

从图 3 中可以看出, n 增加,则 Q 减小,即探测距离算术平均值 \bar{R} 的精度可以提高,但当样本量达到一定数目之后,再增加样本,精度提高得却很慢,所以试验样本量的大小要从试验成本、试验进度要求和试验结果的可信度等几个方面综合考虑,合理选择试验样本量的要求。

从 t 分布特性可以知道,当样本量达到一定数量后, t 分布曲线变化十分微小,也就是 t 值变化非常缓慢。从表 1 中样本量和 t 值对应关系可以看出,当样本量 >16 以后, t 值变化很小,即式(21)中 $t_p(n-1)$ 对探测距离的估值影响很小。因此雷达探测距离样本量的取值 >16 组即可。

表 1 样本量与 t 对应值

样本量	15	16	17	18	19	20	21
t 值	1.345	1.341	1.337	1.333	1.33	1.328	1.325

4 结 论

机载武器装备定型试验中,机载火控雷达指标的验证通常要消耗大量时间,难以满足目前武器急需装备的要求,本文对小样本条件下雷达探测距离的试验评估进行了探索和研究,达到减少试验次数、缩短试验周期、节约试验经费、提高试验效益的目的。

参考文献

- [1] ISO 16269-6: 2005. Statistical interpretation of data-determination of statistical tolerance intervals[S].
- [2] 王丽萍,胡学龙. 基于样本分位数和 $\log|SaS|$ 的 SaS 分布参数估计方法[J]. 国外电子测量技术, 2009, 28(1): 27-29.
- [3] 杨杰,赵保伟,刘林,等. 小子样下火炮连发密集度的分析与评估[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(2): 165-169.
- [4] 董光玲,姚郁,贺风华,等. 制导精度一体化试验的 Bayesian 样本量计算方法[J]. 航空学报, 2015(2): 575-584.
- [5] 董博超,宋保维,梁庆卫,等. 武器装备小子样维修性试验与评定方法研究[J]. 兵工学报, 2011, 32(3): 327-330.
- [6] 徐廷学,刘勇,赵建忠,等. 维修性先验信息的融合方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(9): 1887-1892.
- [7] 陈然,连光耀,张西山,等. 基于故障注入的测试性验证试验样本量确定方法[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(12): 3994-3997.
- [8] 李天梅. 装备测试性验证试验优化设计与综合评估方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.
- [9] 叶美凤,王雨时,闻泉. 引信解除保险距离兰利法试验最小样本量[J]. 探测与控制学报, 2012, 34(3): 35-41.
- [10] MCSHEA R E. Test and evaluation aircraft avionics and weapon systems [M]. Scitech Publishing, Inc. 2005.

- [11] 贾旭山,金振中. Bayes 假设检验及样本数量问题研究[J]. 现代防御技术,2012,20(4):67-70.
- [12] 夏佩伦,李本昌,李博. 假设检验在军事工程应用中的若干问题[J]. 火力与指挥控制,2015,40(3):100-103.
- [13] 闫章更,魏振军. 试验数据的统计分析[M]. 北京:国防工业出版社,2001:27-30.
- [14] 吴云洁,王建敏,杨文光. 基于小样本的试验系统可信度评估方法[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(9):1911-1917.
- [15] LEONARD T, J HSU J S. Bayesian Methods: An Analysis for Statisticians and Interdisciplinary Researchers[M]. 北京:机械工业出版社,2006:601-602.

作者简介

王军东,1971年出生,硕士,高级工程师,主要研究方向为机载雷达、电子战试飞技术。

E-mail: jefferyjundong@126.com

(上接第61页)

- [11] 龙英,何怡刚,张镇,等. 基于小波变换和ICA特征提取的开关电流电路故障诊断[J]. 仪器仪表学报,2015,36(10):2389-2400.
- [12] 贺云林,党选举. 自动搜索谐振频率的洁牙机驱动电源设计[J]. 电子测量技术,2014,37(3):33-35.
- [13] JIANG T, ZHANG J, WU X, et al. A bidirectional LLC resonant converter with automatic forward and backward mode transition [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(2): 757-770.

作者简介

李树娟,1993年出生,硕士研究生,主要研究电力电子与电力传动。

E-mail: 1152499937@qq.com

张振国,1958年出生,副教授,硕士生导师,主要研究方向为电力电子与电力传动、电能质量检测的研究。

叶玉曜,1993年出生,硕士研究生,主要研究方向为电力电子与电力传动。

邓得洋,1990年出生,硕士研究生,主要研究方向为电力电子与电力传动。

(上接第71页)

- [10] 田立东,周继军,秦会斌. PWM调光LED驱动器设计[J]. 机电工程,2012(4):465-468.
- [11] 陈明,邱超凡. 基于DS18B20数字温度传感器的设计与实现[J]. 现代电子技术,2008(8):188-189.
- [12] 张东庆,朱虹. 基于单片机的测温电路设计[J]. 科技视野,2012(16):196-246.
- [13] 余海,曹蕾. 基于WiFi的无线网状(Mesh)组网技术[J]. 现代电子技术,2011,34(10):120-122.
- [14] 刘洛辛,孙建利. 基于能效的WLAN室内定位系统模型设计与实现[J]. 仪器仪表学报,2014,35

(5):1169-1178.

- [15] 金基宇,王虹元,金桂月. 基于ZigBee的LED智能照明系统[J]. 国外电子测量技术,2016,35(10):76-81.

作者简介

宋斌,1992年出生,硕士研究生在读,主要研究方向为电力电子技术等。

E-mail: bins0017@163.com