

基于 MRAS 的永磁同步电机无传感器控制研究<sup>\*</sup>谢明<sup>1</sup> 高金锁<sup>1,2</sup> 唐朝<sup>1</sup>

(1. 上海理工大学光电信息与计算机工程学院 上海 200093;

2. 上海电动工具研究所(集团)有限公司 上海 200031)

**摘要:** 针对在永磁同步电机(PMSM)中安装传感器带的高成本、体积增大、可靠性降低、易受环境干扰等缺陷,提出了一种基于模型参考自适应理论(MRAS)的转速和转子位置的估算方法。以 PMSM 本体作为参考模型,电机的定子电流作为可调模型,以超稳定性与正性动态系统理论(Popov)为基础,设计了自适应律 PI 调节器参数,达到了可调模型稳定追踪参考模型的目的,实现了无速度传感器的转速和转子位置的准确估计。仿真结果表明,所提出的电机无位置传感器的控制方法能在转速突变、负载转矩扰动的情况下,快速、准确估算转速和转子位置,具有较强的动静态性能和鲁棒性。

**关键词:** 同步电机;模型参考自适应理论;超稳定与正性动态系统理论;无传感器;转速突变;负载扰动

**中图分类号:** TN43; TM341 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.4024

## Speed and rotor position estimation of sensorless PMSM based on MRAS

Xie Ming<sup>1</sup> Gao Jinsuo<sup>1,2</sup> Tang Chao<sup>1</sup>

(1. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. SETRI(Group)Co. Ltd., Shanghai 200031, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of high cost, mounting volume increases, low reliability, being susceptible to interference and difficult to apply in a complex application environment caused by the traditional mechanical, there is find a new method based on the model reference adaptive (MRAS) control theory to estimate the rotor position and speed. Mathematical model of PMSM, speed closed-loop control method and current sensorless control technology was studied. PMSM itself is considered as reference model and the stator current equations is considered as adjustable model containing variable speed. Adaptive law is designed based on Popov stability theory. As the result of the simulation proved that MRAS has a high estimation accuracy, good tracking performance, stable steady-state speed, good dynamic and static performance, and strong robustness towards speed variations and load disturbance of PMSM, this control is very simple and effective.

**Keywords:** PMSM; MARS; Popov; sensorless; speed; rotor position

## 0 引言

永磁同步电机不仅具有良好的调速性能,而且具有体积小,功率因素高,效率高等优点,但是高品质,高精度的位置传感器是调速系统中的重要组成成分,其高昂的成本和对环境的要求限制了其在同步电机调速系统中<sup>[1-2]</sup>的应用。因此研究无位置传感控制技术具有很大的使用价值和意义。

本文重点研究永磁同步电机的无位置传感器技术<sup>[3]</sup>,将模型参考自适应理论(MRAS)算法应用于永磁同步电机的转子速度与位置估算,运用其原理来辨识速度和位置。

此方法结构简单,运行量相对较小,估测结果准确。本文首先分析永磁同步电机的数学模型,然后详细分析模型参考自适应算法在电机无位置传感器中应用原理,并且建立数学模型,然后通过 MATLAB/Simulink 软件<sup>[4-5]</sup>对整个基于 MRAS 的估算系统进行建模,最后从电机转速发生突变和电机负载出现扰动的情况下进行仿真,并验证实验的准确性。

## 1 PMSM 数学模型

表贴式 PMSM 在同步旋转坐标系下的电压方程<sup>[6]</sup>:

收稿日期:2017-02

\* 基金项目:上海市国资委企业技术创新和能级提升项目(2016004)资助

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_r L_q i_q \\ u_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_f \end{cases} \quad (1)$$

磁链方程:

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $u_d, u$  分别为  $d, q$  轴定子电压,  $R_s$  为定子电阻,  $i_d, i_q$  分别为  $d, q$  轴定子电流,  $L_d, L_q$  分别是  $d, q$  轴定子电感,  $\psi_d, \psi_q$  分别是  $d, q$  轴定子磁链,  $\psi_f$  为转子磁链,  $\omega_r$  为转子电角速度。

若以定子电流作为状态变量,式(1)可以改写为永磁同步电机的电流模型:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( i_d + \frac{\psi_f}{L_d} \right) = -\frac{R_s}{L_d} \left( i_d + \frac{\psi_f}{L_d} \right) + \omega_r i_q + \frac{1}{L_d} \left( u_d + \frac{R_s}{L_d} \psi_f \right) \\ \frac{d}{dt} i_q = -\frac{R_s}{L_q} i_q - \omega_r \left( i_q + \frac{\psi_f}{L_q} \right) + \frac{1}{L_q} u_q \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)进一步化简为:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u'_d}{L_d} \\ \frac{u'_q}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $\begin{cases} i'_d = i_d + \frac{\Psi_f}{L_d}, i'_q = i_q, u'_d = u_d + \frac{R_s}{L_d} \Psi_f, u'_q = u_q \end{cases}$

将式(4)写成状态空间表达式,即:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}' = \mathbf{A} \mathbf{i}' + \mathbf{B} \mathbf{u}' \quad (5)$$

$$\text{式中: } \mathbf{i}' = \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_q \end{bmatrix}, \mathbf{u}' = \begin{bmatrix} u'_d \\ u'_q \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \mathbf{B} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}。$$

## 2 自适应系统控制模型

模型参考自适应系统<sup>[7]</sup>通常由参考模型,可调模型和自适应率 3 个部分组成。其中将不含有待估计参数的方程作为参考模型,将含有待估计参数的方程作为可调模型。两个模型的输出量具有相同的物理意义,利用其差值,根据合适的自适应律来调节可调模型的参数,使系统达到稳态时偏差趋于 0,从而达到控制对象的输出跟踪参考模型的目的。

### 2.1 自适应控制系统

由式(4)推导可知,可调模型的状态方程:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}'_d \\ \hat{i}'_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}'_d \\ \hat{i}'_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u'_d}{L_d} \\ \frac{u'_q}{L_q} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $\hat{i}'_d = \hat{i}_d + \frac{\Psi_f}{L_d}, \hat{i}'_q = \hat{i}_q。$

$$\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{i}}' = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{i}}' + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{u}' \quad (7)$$

式中:  $\hat{\mathbf{i}}' = \begin{bmatrix} \hat{i}'_d \\ \hat{i}'_q \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \frac{u'_d}{L_d} \\ \frac{u'_q}{L_q} \end{bmatrix}, L =$

$L_d = L_q。$ 用式(4)减式(5),得到定子电流误差的状态向量,如下:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} - \mathbf{J}(\omega_r - \hat{\omega}_r) \begin{bmatrix} \hat{i}'_d \\ \hat{i}'_q \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $e_d = i'_d - \hat{i}'_d, e_q = i'_q - \hat{i}'_q, \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}。$

式(8)为非线性时变环节,还需构建线性定常环节  $v = \mathbf{C}e$ , 设  $\mathbf{C}$  为单位矩阵。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{e} = \mathbf{A} \mathbf{e} - \mathbf{W} \\ \mathbf{v} = \mathbf{C} \mathbf{e} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \\ -\omega_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \mathbf{W} = \mathbf{J}(\omega_r - \hat{\omega}_r) \hat{\mathbf{i}}'。$

根据超稳定性与正性动态系统理论(Popov)<sup>[8]</sup>可知,若要使 MRAS 系统趋于稳定,必须满足以下两个条件。

1)传递函数  $\mathbf{H}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_e)^{-1}$  必须为严格正实矩阵;将上式展开可得以下形式:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{1}{\left(s + \frac{R_s}{L_d}\right) \left(s + \frac{R_s}{L_q}\right) + \omega_r^2} \begin{bmatrix} s + \frac{R_s}{L_q} & \omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_r \frac{L_d}{L_q} & s + \frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \quad (10)$$

可以通过对式进行矩阵运算,可以得到正实 Hermite 矩阵。然后再由正定性判别定理容易得到  $\mathbf{H}(s)$  具有严格的正实性。

2)非线性时不变环节必需要满足 Popov 积分不等式:

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v} dt \geq -\gamma_0^2, \forall t_1 \geq 0 \quad (11)$$

式中:  $\gamma_0$  为任一大小的有限正常数,并与  $t_1$  无关。此时则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ ,则可验证该系统渐进稳定的。

为了提高电机转速估计精度,对 Popov 积分不等式进行求解,采用 PI 控制策略得到的自适应律的结果如下:

$$\hat{\omega}_r = \int_0^t F_1(\mathbf{v}, t, \tau) d\tau + F_2(\mathbf{v}, t) + \hat{\omega}_r(0) \quad (12)$$

将式(12)代入到式(11)中可得:

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \mathbf{e}^T \left[ \int_0^t F(\mathbf{v}, t, \tau) d\tau + F_2(\mathbf{v}, t) + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \right] \mathbf{J} \hat{\mathbf{i}}' dt = \int_0^{t_1} \mathbf{e}^T \hat{\mathbf{J}} \hat{\mathbf{i}}' \left[ \int_0^t F_1(\mathbf{v}, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \right] dt +$$

$$\int_0^{t_1} e^T \hat{\mathbf{j}}' F_2(\mathbf{v}, t) dt \quad (13)$$

对式(13)定义:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 \quad (14)$$

则:

$$\eta_1 = \int_0^{t_1} e^T \hat{\mathbf{j}}' [\int_0^t F_1(\mathbf{v}, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r] dt \quad (15)$$

$$\eta_2 = \int_0^{t_1} e^T \hat{\mathbf{j}}' F_2(\mathbf{v}, t) dt \quad (16)$$

令:

$$\begin{cases} \frac{df(t)}{dt} = e^T \hat{\mathbf{i}}' \\ kf(t) = \int_0^t F_1(\mathbf{v}, t, \tau) d\tau + \hat{\omega}_r(0) - \omega_r \end{cases} \quad (17)$$

由不等式:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} \frac{df(t)}{dt} kf(t) dt &= \frac{k}{2} [f^2(t_1) - f^2(0)] \geq \\ -\frac{1}{2} kf^2(0) \quad (k > 0) \end{aligned} \quad (18)$$

其中当  $k > 0$ , 则  $\eta_1 \geq -\gamma_1^2$ ; 同理可得  $\eta_2 \geq -\gamma_2^2$ , 从而可以得到  $\eta(0, t_1) \geq -\gamma_0^2$ , 即可证明该系统满足 Popov 积分不等式, 综上所述, 则基于表贴式永磁同步电机(PMSM)所建立的 MRAS 系统是稳定的<sup>[5]</sup>。

### 2.2 转速和位置估算

由式(17)可计算出  $F_1(\mathbf{v}, t), F_2(\mathbf{v}, t)$ , 结果如下:

$$\begin{cases} F_1(\mathbf{v}, t) = k_1 e^T \hat{\mathbf{j}}' \\ F_2(\mathbf{v}, t) = k_2 e^T \hat{\mathbf{j}}' \end{cases} \quad (19)$$

将式(19)代入式(11)中计可得: 并完全展开, 便可以得到由 MRAS 参与调节的电机转子转速估计:

$$\hat{\omega}_r = \left( K_p + \frac{K_i}{s} \right) \left[ i_d \hat{i}_q - i_q \hat{i}_d + \frac{\psi_f}{L} (\hat{i}_q - i_q) \right] + \hat{\omega}_r(0) \quad (20)$$

转子位置角度由转子速度进行积分可以获得:

$$\hat{\theta}_e = \int_0^t \hat{\omega}_r dt \quad (21)$$

### 3 仿真分析

为了验证 PMSM 采用 MRAS 来估算转速<sup>[9]</sup>和位置理论的有效性和精确性, 利用 MATLAB/Simulink 对基于 MRAS 的三相 PMSM 无传感器矢量控制框图进行建模仿真。仿真模型中使用的永磁同步电机参数为额定转速  $N = 1500 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ , 定子电阻  $R_s = 2.875 \Omega$ , 直流电感  $L_d = 0.0085 \text{ H}$ , 交流电感  $L_q = 0.0085 \text{ H}$ , 极对数  $P_n = 4$ , 转动惯量  $J = 0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 转子磁链  $\Psi(f) = 0.175 \text{ Wb}$ , 阻尼系数  $B = 0$ 。

综上所述可以设计以 PMSM 本体为参考模型, 基于矢量控制技术的 PMSM 的 MRAS 控制系统原理, 如图 1 所示。可见整个 PMSM 矢量控制系统由不同功能的子模块形成, 主要包含电机模块、逆变器模块、矢量变换模块、PI 调节器

模块、SVPWM 模块<sup>[10]</sup>和转矩给定模块, 本文采用的是表贴式永磁同步电机, 用  $i_d = 0$  的矢量控制时, 电磁转矩的控制只和  $i_q$  有关, 并且能够实现最大转矩/电流比控制。

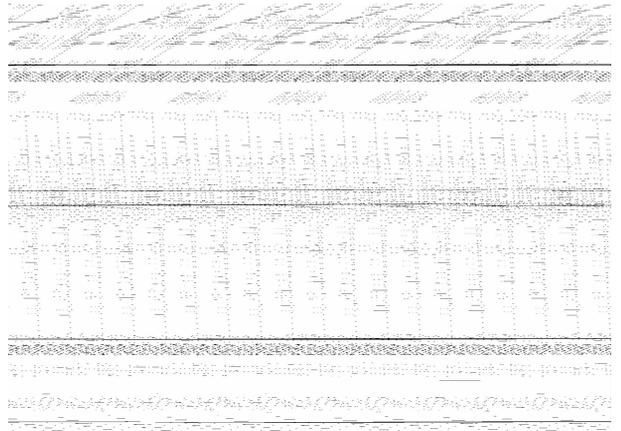


图1 基于MRAS的三相PMSM无传感器矢量控制

为了研究电机运行中转速突变<sup>[11]</sup>对电机整个系统性能的影响, 设电机在空载运行的情况下, 电机启动额定转速  $N$  为  $600 \text{ r/min}$ , 在电机运行到  $0.2 \text{ s}$  时, 电机额定转速突变到  $1500 \text{ r/min}$ , 观测仿真结果, 如图 2~5 所示。由图 2 和 3 可知, 电机在启动加速阶段, 电机实际转速与估计转速误差较大, 最大误差不超过  $40 \text{ r/min}$ , 当电机运行时间达到  $0.02 \text{ s}$  时, 电机能够在额定转速附近平稳运行, 此时转速误差范围恒定在  $\pm 5 \text{ rad/min}$ , 当电机运行到  $0.2 \text{ s}$  时, 使得转速突变到  $1500 \text{ r/min}$ , 此后电机转速在  $0.05 \text{ s}$  后到达平稳状态, 在这期间转速最大误差不超过  $110 \text{ rad/min}$ , 电机转子位置误差不超过  $0.22 \text{ rad}$ , 运行达到稳定时电机转速误差恒定在  $\pm 10 \text{ rad/min}$ 。



图2 电机转速估计值与实际测量值曲线

由图 4 和 5 可知, 电机在启动加速阶段, 电机实际转子位置与估计位置误差不断增大, 电机转子位置误差不超过  $0.12 \text{ rad}$ , 当电机运行时间达到  $0.02 \text{ s}$  时, 电机运行趋于平稳, 电机转子位置误差稳定在  $0.11 \text{ rad}$  左右。当电机运行到  $0.2 \text{ s}$  时, 使电机转速突变到  $1500 \text{ r/min}$ , 此后电机转速

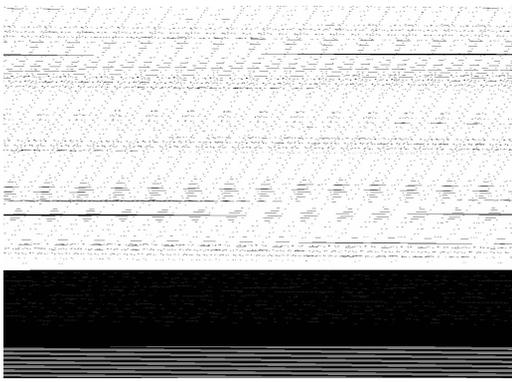


图 3 电机转速估计误差曲线

在 0.05 s 后到达平稳状态,在这期间电机转子位置误差不超过 0.22 rad,运行达到稳定时电机转子位置稳定在 0.13 rad 左右。

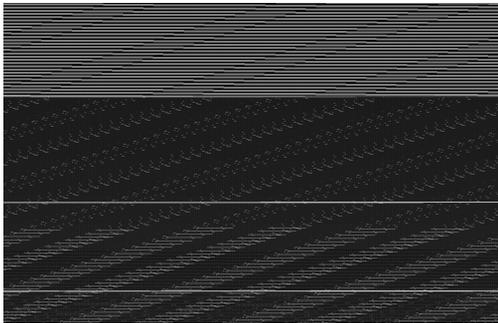


图 4 电机转子位置估计值与实际值曲线

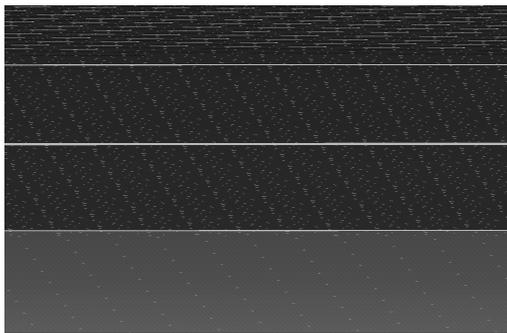


图 5 电机转子位置估计误差曲线

在电机运行过程中,转速突变对转速和转子位置的估算有一定的影响,但是影响不大,并且该算法能够在很短的时间内追踪上实际值,因而模型参考自适应算法对电机的转速和转子位置估算精度较高。

为了研究电机运行中负载转矩扰<sup>[12]</sup>对电机整个系统性能的影响,设电机在额定转速 1 500 r/min 运行的情况下,电机启动给定转矩  $T$  为  $1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,在电机运行到 0.2 s 时,电机给定转矩  $T$  为  $6 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,观测仿真结果如图 6~9 所示。

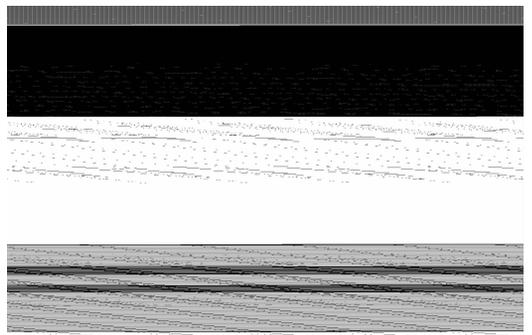


图 6 电机转速估计值和实际值运行曲线

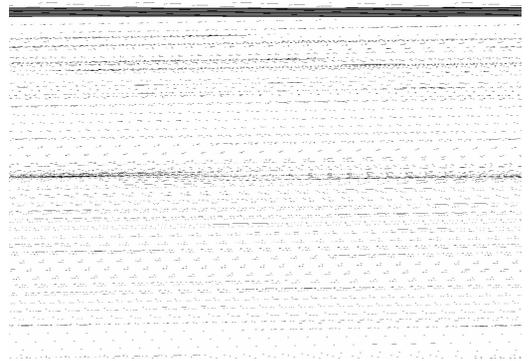


图 7 电机转速估计误差曲线



图 8 电机转子位置估计值与实际测量值曲线

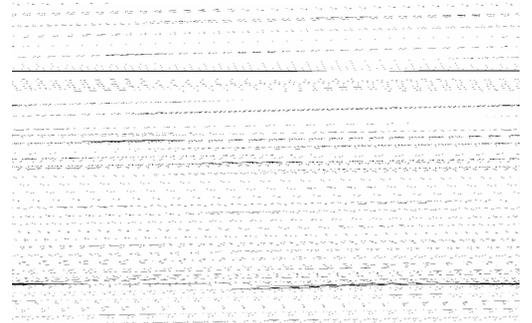


图 10 电机转子位置估计误差曲线

电机在仿真运行期间,由图 6~9 可以看出,电机在启动加速阶段,转速误差稍大,最大误差不超过 100 r/min,电

机转子位置误差不超过 0.17 rad,当电机运行时间达到 0.05 s时,电机运行趋于平稳,此时转速误差范围恒定在  $\pm 15$  rad/min,电机转子位置误差稳定在 0.12 rad 左右。当电机运行到 0.2 s,使电机电磁转矩增加到 1 500 r/min,此后电机转速在 0.05 s 后到达平稳状态,在这期间转速最大误差不得超过 110 rad/min,电机转子位置误差不超过 0.22 rad,运行达到稳定时电机转速误差恒定在  $\pm 10$  rad/min,电机转子位置稳定在 0.13 rad 左右。

综上,通过对转速突变和负载转矩扰动对电机系统影响的研究,可以得到以下结论,当电机的转速或者转矩突然发生改变时,电机均能在很短的时间内追踪接近实际值,并且能够快速达到平稳运行状态,表明了模型参考自适应算法的估算精度较高,鲁棒性好,实用性强等优点。

## 4 结 论

通过以矢量控制技术为基础,采用了模型参考自适应算法,提出了一种 PMSM 的转速与转子位置估计算法,在通过 MATLAB/Simulink 仿真软件进行仿真分析。仿真结果表明,基于 MRAS 的无传感器永磁同步电机的转速与转子位置估算方法具有较高的转速估算精度和转子位置预测精度,并且具有较好的动态性能和鲁棒性能,能够满足许多无位置传感器控制的场合,证明了该系统的可行性。

## 参考文献

- [1] 李红梅,陈涛. 永磁同步电机参数辨识研究综述[J]. 电子测量与仪器学报, 2015,29(5):638-647.
- [2] 马立新,范洪成,黄阳龙. 永磁伺服电机模糊 PID 自整 SVPWM 控制研究[J]. 电子测量技术, 2016, 39(6):20-23.
- [3] 赵凯辉,陈特放,张昌凡等. IPMSM 非奇异快速终端滑膜无速度传感器转矩控制[J]. 仪器仪表学报, 2015,36(2):294-303.
- [4] 袁雷,胡冰新,魏克银. 现代永磁同步电机控制原理及 MATLAB 仿真[M]. 北京:北京航空航天大学出

版社, 2016.

- [5] 史洁玉,孔玲军. MATLAB R2012a 超级学习手册[M]. 北京:人民邮电出版社, 2013.
- [6] 徐静,段芳,江天炎. 模糊 MRAS 方法在永磁同步电机无速度传感器控制系统中的应用[J]. 电机与控制应用, 2015,42(12):55-63.
- [7] 王飞. 永磁同步电机无传感器矢量控制方法研究及仿真[D]. 上海:上海交通大学, 2008.
- [8] 钟康. 基于 MRAS 算法的永磁同步电机无速度传感器控制研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2009.
- [9] CHEN Z Q, MUTUWOT, SHINJID, et al. New adaptive sliding observer for position and velocity sensorless control of brushless DC motors[J]. IEEE Transactions on Industry Electronics, 2000, 47(3): 582-591.
- [10] 丁硕,崔总泽,巫庆辉,等. 基于 SVPWM 的永磁同步电机矢量控制仿真研究[J]. 国外电子测量技术, 2014,33(6):81-85.
- [11] 李洁,周波,刘兵,王龙,等. 表贴式永磁同步电机无位置传感器启动新方法[J]. 中国电机工程学报, 2016,36(9):2513-2520.
- [12] 赵丽杰. 研究 MRAS 算法在低速永磁同步电机无传感器调速系统中的应用 [D]. 天津:河北工业大学, 2007.

## 作者简介

**高金锁**,硕士研究生,研究方向为电力电子电路及电机控制。

E-mail:1185841181@qq.com

**谢明**,1973 年出生,硕士生导师,研究方向为高频大功率开关电源及特种电源技术领域,进行提高电源效率及可靠性研究。

**唐朝**,硕士研究生,研究方向为电力电子电路及控制。