

# 基于细胞神经网络的逻辑函数设计

钱 晨 刘文波

(南京航空航天大学自动化学院 南京 210016)

**摘要:** 基于细胞神经网络构造动态逻辑门是近年来一个全新的研究方向。由于非线性系统状态演化具有很强的非线性特征和丰富的动态模式,细胞神经网络在构建灵活、可重构的逻辑门电路中具有独特的优势。本文提出基于细胞神经网络的逻辑函数设计,首先设计了两输入线性可分布尔函数“与”门和“或”门的标准非耦合细胞神经网络的模板参数的求解过程,然后给出了使用运放实现的细胞电路设计以及功能之间转换的时序仿真结果。同时以此方式设计了另外12种两输入线性可分布尔函数的模板参数,实现了在电路结构不变的情况下,改变参数即能动态调整布尔逻辑的功能。

**关键词:** 细胞神经网络;布尔函数;模板参数;动态逻辑门

**中图分类号:** TN791 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.1099

## Design of logical function based on cellular neural networks

Qian Chen Liu Wenbo

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In recent years, building dynamic logic gates based on cellular neural network is a new research direction. Due to the fact that the nonlinear characteristic has strong nonlinear characteristics and rich dynamic mode, it has a unique advantage in building flexible and reconfigurable logic gate. In this paper, the design of logical function based on cellular neural network is proposed. Firstly, designed standard uncoupled template parameters of cellular neural network solving process of the two input linearly separable Boolean function "and" and "or", then presented the cells by using op-amp circuit design and timing simulation results of function transformation. In this way, the other 12 kinds of two input linearly separable Boolean functions' template parameters were analyzed, thus under the condition of the fixed circuit structure, changing parameters can dynamically adjust the Boolean logic functions.

**Keywords:** cellular neural networks; boolean functions; template parameters; dynamic logic gates

## 1 引言

近十几年来,利用非线性系统实现可重构逻辑门电路或者系统成为一种主流趋势,这种方式只需要改变参数而不改变电路结构,就能获得不同的布尔逻辑函数。此方式可以被视为静态连接计算机结构的一种补充甚至是取代。

混沌计算作为一种用于动态可重构技术的非线性系统被人们所熟知,但研究人员发现混沌系统非常复杂,并且系统对参数和初始条件非常敏感,导致在应用中系统的不稳定性和低鲁棒性<sup>[1]</sup>。

因此,另一种基于非线性系统的研究被人们广泛关注,即基于细胞神经网络(cellular neural networks, CNNs)的逻辑函数实现,同时在此基础上构建逻辑函数的基因参数模板。

CNN作为一种动力学行为多样的非线性系统,具备混沌系统的模态多样性、巨大的布尔函数模板基因库及输出分段线性的特性,这些特点形成了构造可重构动态逻辑门的理论基础;同时CNN两两细胞之间的局部相互连接的特点、矩阵的规范性及CNN动力学机制的可控性等特性都非常适合于超大规模集成电路(very large scale integration, VLSI)的设计及并行处理的实现。针对以上特性可知,基于细胞神经网络的布尔函数的设计及分析对后续可重构计算机体系的发展研究具有重大价值。

本文研究了标准细胞实现线性可分布尔函数,以“与”门和“或”门为例,得出两者的模板参数,同时以此方式分析另外12种两输入线性可分布尔函数的模板参数,给出了使用运放实现细胞的电路设计,最终实现了在电路结构不变的情况下,改变参数即能实现不同逻辑之间的相互转变。

## 2 细胞神经网络

细胞神经网络<sup>[2-3]</sup>的基本电路单元称作一个细胞,每一个细胞的动态过程可用下述一阶非线性微分方程描述:

$$C \frac{dx_{ij}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_x} V_{xij}(t) + \sum_{C(k,l) \in N_c(i,j)} A(i,j;k,l) V_{ykl}(t) + \sum_{C(k,l) \in N_c(i,j)} B(i,j;k,l) V_{ykl}(t) + I$$

$$1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$$

输出方程为:

$$V_{xij}(t) = \frac{1}{2} (|V_{xij}(t) + 1| - |V_{xij}(t) - 1|) \quad (2)$$

输入方程:

$$V_{w_{ij}} = E_{ij} \quad 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N \quad (3)$$

细胞的输入与参数  $B(i,j;k,l)$  有关,而输出依赖于参数  $A(i,j;k,l)$ ,  $A$  和  $B$  分别称为反馈模板和控制模板。对标准 CNN 来说,其输入、状态与输出的关系完全由反馈模板  $A$ 、控制模板  $B$  和阈值  $I$  来确定。

## 3 细胞神经网络平衡点设计

细胞神经网络应用于布尔函数<sup>[4]</sup>电路设计过程中,主要考虑的是细胞神经网络公式中非线性部分和输出二值特性,所以此时一般使用标准非耦合细胞作为模型。在标准非耦合细胞中,反馈模板参数  $A$  只存在自反馈  $a$ ,设定参数  $R$  取值为 1,参数  $C$  取值为 1,此时可以将非耦合细胞的公式改写为如下式所示的形式<sup>[5]</sup>:

$$dx/dt = g(x) + \omega(u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (4)$$

其中  $x$  为细胞的状态变量,  $g(x)$  称作驱动点方程,如下式:

$$g(x) = -x + a \cdot y(x) \quad (5)$$

输出是分段线性函数,由状态变量  $x$  的大小决定,如式(6):

$$y = y(x) = 0.5 (|x + 1| - |x - 1|) \quad (6)$$

$\omega(u_1, u_2, \dots, u_n, z)$  还是  $\omega(\sigma)$  的复合函数,被称为偏移量函数或者判别函数。其具体表达形式如下式所示:

$$\omega = z + \sigma$$

$$\sigma = b_1 u_1 + b_2 u_2 + \dots + b_n u_n = b^T u \quad (7)$$

式中:  $u_1, u_2, \dots, u_n$  是细胞的输入,  $z$  是偏置电压或者阈值电压,细胞的输入与布尔函数的输入一一对应,在实现二输入布尔函数时,电路的输入是  $u_1$  和  $u_2$ 。

分析细胞微分方程,出于对鲁棒性和稳定性的考虑,选择  $a=2$ 。因此对于  $n$  输入布尔函数,参数  $b_1, b_2, \dots, b_n$  和  $z$  决定了整个动力学系统。驱动点方程、判别函数和细胞微分方程确定如下:

$$g(x) = \begin{cases} -x + 2, & x > 1 \\ x, & |x| \leq 1 \\ -x - 2, & x < -1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\omega(\sigma) = \sigma + z = b_1 u_1 + b_2 u_2 + \dots + b_n u_n + z \quad (9)$$

$$dx/dt = g(x) + \omega(\sigma) \quad (10)$$

通过常微分方程定理<sup>[6]</sup>分析细胞微分方程,可知其平衡点<sup>[7]</sup>满足:

$$g(x) + \omega(\sigma) = 0 \quad (11)$$

由于  $\omega(\sigma)$  没有与微分方程中  $x$  和  $t$  有关的变量,所以可以先假设  $\omega(\sigma)=0$  分析,然后再分析  $\omega(\sigma)$  的变化对于平衡点的影响。这里通过图形直观分析平衡点的位置的变化,如图 1 所示。图中的横坐标是状态变量  $x$ ,纵坐标是状态变量的微分  $dx/dt$ ;当  $\omega(\sigma)=0$  时,  $dx/dt=g(x)$ ,对应图中中间的粗线。图中与横坐标相交的 3 个点  $A_0$ 、 $A_1$  和  $A_2$  是电路的平衡点,根据定理分析可得,  $A_1$  和  $A_2$  对应平衡点  $x=-2$  和  $x=2$ ,此时  $g'(x)<0$ ,所以  $x=-2$  和  $x=2$  是稳定平衡点;  $A_0$  对应平衡点  $x=0$ ,此时  $g'(x)>0$ ,所以  $x=0$  是不稳定平衡点。由于不可避免的热噪声,不稳定的平衡点是不能被观察的。因此,瞬间结束后,电路总会到达其中一个稳定平衡点以后不再变化。例如,如果初始状态  $x=-0.5$ ,  $dx/dt<0$ ,  $x$  将沿轨迹向负半轴单调递减,直至  $dx/dt=0$ ,此时状态变量  $x=-2$ ,达到负的稳定平衡点;如果初始状态  $x=0.5$ ,  $dx/dt>0$ ,  $x$  将沿轨迹向正半轴单调递增,直至  $dx/dt=0$ ,此时状态变量  $x=2$ ,达到正的稳定平衡点。这里有两个平衡点,电路的平衡状态将会由于初始状态的不一样,而获得不一样的输出,但真正在电路设计时,需要获得明确的一个稳定平衡点,无论初始状态如何,能够趋向于一个确定的平衡点,这样设计的电路才能输出正确的期望值。这里就需要设计相应的判别函数  $\omega(\sigma)$ ,判别函数不同将获得不同的稳定平衡点。

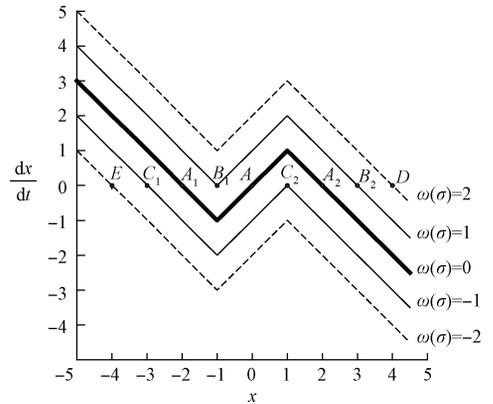


图 1 不同  $\omega(\sigma)$  对应等效电路平衡点

如图 1 所示,  $\omega(\sigma)=1$  和  $\omega(\sigma)=-1$  分别对应 2 条细实线,每个细实线包括两个平衡点,  $\omega(\sigma)=-1$  对应平衡点  $B_1$  和  $B_2$ ,  $\omega(\sigma)=1$  对应平衡点  $C_1$  和  $C_2$ ,其中  $B_2$  和  $C_1$  是稳定平衡点,  $B_1$  和  $C_2$  是不稳定平衡点。这是一种过渡状态,当  $|\omega(\sigma)|>1$  时,如图 1 中的两条虚线所示,  $|\omega(\sigma)|=2$ ,对应稳定平衡点分别是  $D$  和  $E$ ,只存在 1 个平衡点。此时无论初始状态是多少,都会偏向于稳定的唯一平衡点。考虑参数的取整,本文设计判别函数的取值范围如式(12)所示<sup>[8]</sup>:

$$\min |\omega(\sigma)| = 2 \quad (12)$$

通过对细胞神经网络等效电路稳定平衡点的分析可知,细胞的输出  $y=f(x(+\infty))$  与稳定平衡点的位置一一对应,可得:

$$y = \begin{cases} 1 & \omega(\sigma) > 1 \\ -1 & \omega(\sigma) < -1 \end{cases} \quad (13)$$

#### 4 基于标准非耦合细胞两输入逻辑门电路设计

以两输入“与门”为例说明细胞神经网络模板参数  $B$  和阈值参数  $z$  的设计规则<sup>[9]</sup>。两输入“与门”有两个输入  $u_1, u_2$ , 根据“与门”的逻辑, 参数需要满足如下条件:

- 1) 输入  $(u_1, u_2) = (-1, -1)$ , 判别函数  $\omega_0 = -b_1 - b_2 + z$ , 输出  $y = \text{sgn}(\omega_0) = -1$ ;
- 2) 输入  $(u_1, u_2) = (-1, 1)$ , 判别函数  $\omega_0 = b_1 + b_2 + z$ , 输出  $y = \text{sgn}(\omega_0) = -1$ ;
- 3) 输入  $(u_1, u_2) = (1, -1)$ , 判别函数  $\omega_0 = b_1 - b_2 + z$ , 输出  $y = \text{sgn}(\omega_0) = -1$ ;
- 4) 输入  $(u_1, u_2) = (1, 1)$ , 判别函数  $\omega_0 = b_1 + b_2 + z$ , 输出  $y = \text{sgn}(\omega_0) = 1$ ;

根据上面的特点可以得出, 对于“与门”而言, 三路输入信号是没有顺序的, 符合函数的交换律, 满足  $A \cap B = B \cap A$ , 其中  $A, B$  表示两输入。因此可设模板参数  $b_1 = b_2 = b$ , 所以可得:  $-2b + z < -1, z < -1, 2b + z > 1$ , 取  $z = -2, b = b_1 = b_2 = 2$ 。相同方法可以求的两输入“或门”的模板参数为  $b_1 = b_2 = 2, z = 2$ 。此时对应于两输入“与门”和“或门”的细胞神经网络的微分方程如下式所示:

$$dx/dt = -x + 2f(x) + 2u_1 + 2u_2 - 2 \quad (14)$$

$$dx/dt = -x + 2f(x) + 2u_1 + 2u_2 + 2 \quad (15)$$

对应于两输入“与门”和“或门”的细胞神经网络的输出方程如式(16)所示:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ x, & |x| \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad (16)$$

从公式着手分析, 两输入“与门”和“或门”存在求和电路、积分电路和分段线性 3 种电路类型。因为“与门”和“或门”的参数中只有阈值参数不同, 因此电路的设计是相同的, 如图 2 所示。第一部分是求和电路, 由运放 OA1 实现, 包含输入电压  $u_1$  和  $u_2$ , 阈值电压  $z$ , 状态输入  $-x$ , 反馈输入  $Y$ , 分别对应电路中元件的取值是:  $b_1 = R_4/R_1 = 2, b_2 = R_4/R_2 = 2, R_4 = R_3, a = R_4/R_{11} = 2$ 。第二部分是积分电路, 由运放 OA2 实现, 包含输入变量  $dx/dt$  和输出状态变量  $x$ , 对应电路中元件的取值是:  $R_5 = R_6$ , 其中  $R_6$  是为防止低频积分增益而设置。第三部分是分段线性电路, 由运放 OA3 和 OA4 实现, 包含输入状态变量  $x$  和输出  $Y$ , 对应电路中元件的取值是:  $R_8/R_7 = 10$ , 当  $|x| > 1$  时, 运放饱和输出;  $R_9/R_{10} = 10$ , 输出调节至  $[-1, 1]$ , 实现了分段线性输出功能; 同时实现了输入输出的统一, 为后续细胞级联打好基础。电路中使用的运放为 TL084 芯片, 供电电压  $\pm 12 \text{ V}$ , 此时饱和输出电压大约为  $\pm 10 \text{ V}$ 。图中还包含 3 个外部输入, 分别对应  $u_1, u_2$  和  $z$ ,  $u_1$  和  $u_2$  为两输入信号, 输入电压的范围  $[-1, 1]$ ; 阈值电压  $z$  输入两种情况:  $z = -2 \text{ V}$  是与门电路,  $z = 2 \text{ V}$  是或门电路。与门和或门的动态转换只需要更改阈值电压即可实现。

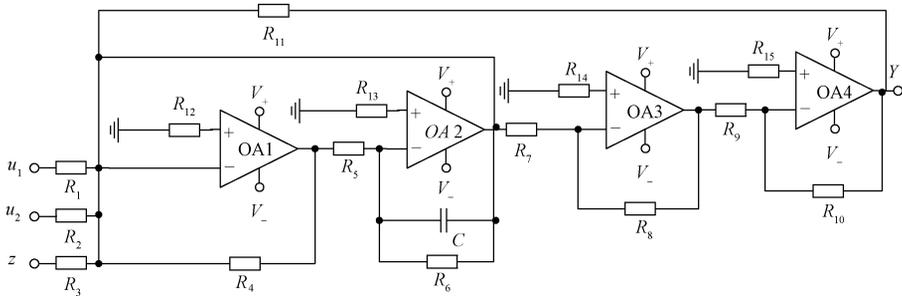


图 2 两输入标准非耦合细胞与门/或门逻辑电路

两输入与门/或门标准非耦合细胞逻辑电路的时序仿真波形如图 3 所示。图中共有 5 个波形, 第一个波形和第二个波形是输入变量  $u_1$  和  $u_2$ , 其幅值为  $1 \text{ V}$ , 频率分别是  $25 \text{ Hz}$  和  $50 \text{ Hz}$  的方波; 第三个波形是阈值变量  $z, t \in [0, 0.08]$  时  $z = -2, t \in [0.08, 0.16]$  时  $z = 2$ ; 第四个波形是状态变量  $x$ , 第五个波形是输出变量  $Y$ , 是幅值为  $1 \text{ V}$  的波形。从图中可得, 当  $t \in [0, 0.08]$  时, 电路实现了“与门”的功能; 当  $t \in [0.08, 0.16]$  时, 电路实现了“或门”的功能。只需改变阈值参数的值, 即能实现“与门”和“或门”的相互

转换, 从而实现动态逻辑门。

#### 5 两输入线性可分布尔函数模板参数

据上述分析得出两输入线性可分布尔函数的全部模板参数设计结果, 如表 1 所示。其中  $I_0$  与  $I_1$  表示两个输入,  $ID$  表示输出的十进制编号, 通过  $ID$  编号可以唯一确定对应两输入布尔函数逻辑。由此可得, 当电路结构相同, 模板参数改变, 即可实现逻辑的动态转变。

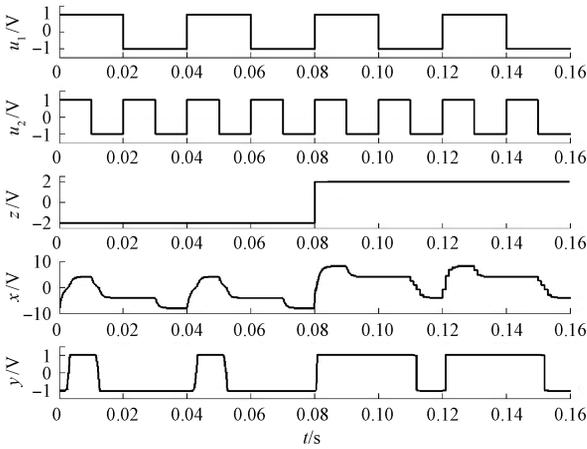


图 3 两输入标准非耦合细胞与/或门逻辑电路时序仿真波形

表 1 两输入布尔函数模板参数

ID	逻辑名	$I_0$ 与 $I_1$ 的逻辑关系	模板参数		
			$b_1$	$b_2$	$z$
0	-1	-1	0	0	-2
1	AND	$I_0 I_1$	2	2	-2
2	$G_1$	$I_0 \overline{I_1}$	2	-2	-2
3	$T_0$	$I_0$	3	-1	0
4	$G_0$	$\overline{I_0} I_1$	-2	2	-2
5	$T_1$	$I_1$	-1	3	0
6	XOR	$I_0 \oplus I_1$	线性不可分		
7	OR	$I_0 + I_1$	2	2	2
8	NOR	$\overline{I_0 + I_1}$	-2	-2	-2
9	NXOR	$\overline{I_0 \oplus I_1}$	线性不可分		
10	$F_1$	$\overline{I_1}$	1	-3	0
11	$NG_0$	$I_0 + \overline{I_1}$	2	-2	2
12	$F_0$	$\overline{I_0}$	-3	1	0
13	$NG_1$	$\overline{I_0} + I_1$	-2	2	2
14	NAND	$\overline{I_0 I_1}$	-2	-2	2
15	1	1	0	0	2

## 6 结 论

本文提出基于细胞神经网络的逻辑函数设计,首先设计两输入线性可分布尔函数的细胞神经网络的模板参数

求解过程,该模板方法省去初始条件限制而达到既定的逻辑门功能。由于实现电路的简单,可以在同一个细胞上仿真 14 种不同的且可以方便切换的逻辑门,确保了当这种细胞运用到更加复杂的计算结构时的可重构功能。

## 参考文献

- [1] POURSHAGHAGHI H R, KIA B, DITTO W, et al. Reconfigurable logic blocks based on a chaotic Chua circuit[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2009, 41(1): 233-244.
- [2] 袁晓征. 基于细胞神经网络的逻辑函数设计与实现[D]. 南京:南京航空航天大学, 2013.
- [3] 雷国伟, 舒强, 游荣义. 基于 CNN 和小波变换的数字水印技术[J]. 仪器仪表学报, 2006 (S3): 2473-2474.
- [4] 徐林, 黄东晋, 谢志峰, 等. 基于相对变分的边缘检测[J]. 电子测量技术, 2014, 37(5):136-141.
- [5] 杜蛟. 布尔函数相关数学问题的研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2013.
- [6] CHUA L O, PAZIENZA G E. A nonlinear dynamics perspective of wolfram's new kind of science. part XIV; More bernoulli sigma (tau)-shift rules [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, 20(8): 2253-2425.
- [7] 胡光华. 常微分方程的理论与算例[J]. 国外科技新书评介, 2012(8): 3-4.
- [8] 张发明. 非对称细胞神经网络稳定平衡点的存在性[J]. 电子测量与仪器学报, 2005, 19(3): 25-29.
- [9] LIU Y, LIU W. A new design for reconfigurable XOR function based on cellular neural networks[J]. Connection Science, 2014, 26(4): 403-413.
- [10] 盛亿妍. 基于非线性系统的动态逻辑门的设计与实现[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.

## 作者简介

钱晨, 硕士研究生, 研究方向为数字信号处理、计算机测控。

E-mail:qianchen1990@163.com

刘文波, 博士, 教授, 研究方向为线性系统分析与处理、数字信号处理、计算机测控。

E-mail:wenboliu@nuaa.edu.cn