

## 相控阵 MIMO 雷达最佳子阵数目估算方法

邹佳龙 姚元 王建明

(南京电子技术研究所 南京 210039)

**摘要:** 为确定相控阵 MIMO 雷达发射阵列采用满重叠划分方式时副瓣性能最佳的子阵数目,对其波束形成进行研究,将收发波束方向图表示为波形分集方向图、单个子阵的发射波束方向图和接收波束方向图乘积的形式,通过设计三个方向图副瓣、零点位置,提出了一种最佳子阵数目的估算方法。仿真结果表明,当子阵数目与发射、接收阵列总阵元数目满足文中所给关系时,相控阵 MIMO 雷达副瓣性能最优。

**关键词:** 相控阵 MIMO; 满重叠; 最大副瓣; 最佳子阵数目

**中图分类号:** TN955 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.70

## Method for estimating the optimal sub-array number of phased MIMO radar

Zou Jialong Yao Yuan Wang Jianming

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)

**Abstract:** The transmit array of phased MIMO radar is partitioned into a number of fully-overlapped sub-arrays. Considering the performance of sidelobe, to determine the optimal sub-array number, beforming of phased MIMO radar is studied. The beampattern is expressed as the product of transmit beampattern, waveform diversity beampattern and receive beampattern. Through designing the position of sidelobe and zero point, this paper proposes a method to estimate the optimal sub-array number. If the relationship of sub-array number, transmit and receive array elements in this paper is satisfied, the best performance of sidelobe can be achieved.

**Keywords:** phased MIMO; fully-overlapped; maximum sidelobe; optimal sub-array number

## 1 引言

相控阵 MIMO 雷达通过把发射阵列划分成若干个可重叠的子阵,子阵内部发射相参信号,不同子阵发射信号相互正交,实现了相控阵雷达和 MIMO 雷达的结合,可同时获得相干处理增益和波形分集增益<sup>[1]</sup>。均匀非重叠划分和满重叠划分是相控阵 MIMO 雷达常用的两种子阵划分方式,均匀非重叠划分把发射阵列划分为多个相互独立的子阵,可实现同时多波束,提高雷达搜索性能<sup>[2]</sup>。满重叠划分方式下相邻子阵相互重叠,可获得比均匀非重叠划分更多的子阵数目,且副瓣抑制及 SINR 性能都有所提高<sup>[3]</sup>。

目前对于相控阵 MIMO 雷达的研究集中在满重叠划分方式下的波束形成性能<sup>[1]</sup>、检测性能<sup>[4]</sup>,以及通过频率分集技术获得距离相关的波束方向图<sup>[5]</sup>。现有研究中子阵数目一般选为发射阵元数目的一半,很少有文献考虑子阵数目对雷达副瓣性能的影响<sup>[1-6]</sup>。国外研究者对发射总阵元数目为 16 时子阵数目与 SINR 性能的关系进行研究,得到了最佳子阵数目约为发射总阵元数目一半的结论<sup>[7]</sup>,但并不

没有对其原理进行分析,且发射总阵元数目是固定值,不具备普遍性。

本文研究了 3 个方向图副瓣零点、峰值位置的对应关系,当子阵数目使得单个子阵方向图的第一零点、第一副瓣分别与接收方向图第一副瓣、第二零点重合时,得到的方向图副瓣性能最优。给出了最佳子阵数目对应的优化问题,通过求解该问题得到发射、接收总阵元数目满足文中约束条件时的最佳子阵数目估算方法,对相控阵 MIMO 雷达发射、接收阵列设计具有指导意义。

## 2 信号模型

假定相控阵 MIMO 雷达发射阵列为均匀线阵,总阵元数为  $M$ ,相邻阵元间隔  $d$ ,按满重叠方式划分为  $K$  个子阵,各个子阵阵元数目均为  $M_k = M - K + 1$ ,满重叠划分方式如图 1。

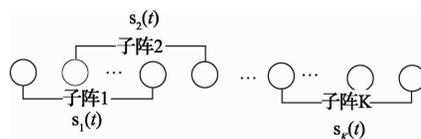


图 1 满重叠划分示意图

采用满重叠划分方式,单个阵元最多包含于  $\min(K, M_k)$  个子阵<sup>[1]</sup>,该阵元需同时发射  $\min(K, M_k)$  个正交信号。若使用阵元级馈电,每个阵元使用一个 T/R 组件,假设单个雷达脉冲内各个阵元最大发射能量为 1,每个信号功率相同,则该阵元分配给每个信号的能量为  $1/\min(K, M_k)$ 。第  $k$  个子阵发射的信号为:

$s_k(t) = \sqrt{M_k/\min(K, M_k)}\phi_k(t)\mathbf{w}_k^*$ ,  $k = 1, \dots, K$ , 信号  $\phi_k(t)$  满足正交性。 $\mathbf{w}_k$  为  $M_k \times 1$  阶矢量,是子阵  $k$  的归一化发射波束形成权矢量,使子阵发射波束指向期望方位。单个雷达脉冲内信号  $s_k(t)$  的能量为:

$$E_k = \int_{T_s} s_k^H(t)s_k(t)dt = \frac{M_k}{\min(K, M_k)} \quad (1)$$

远场目标反射信号为所有子阵接收的反射信号之和<sup>[4]</sup>:

$$r(t, \theta) = \sqrt{E_t}\beta(\theta) \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k^H \mathbf{a}_k(\theta) e^{-j\omega_c \tau_k(\theta)} \phi_k(t - \tau) \quad (2)$$

式中:  $\beta(\theta)$  为目标反射系数,该系数在单个雷达脉冲内保持不变,随雷达脉冲数变化而改变。 $\mathbf{a}_k(\theta)$  为第  $k$  个子阵对目标的导向矢量,  $\omega_c$  为雷达发射信号载频,  $\tau_k(\theta) = (k-1)d_s \sin(\theta)/c$  是雷达信号从发射阵列首阵元与第  $k$  个子阵首阵元到达目标位置的时间差,  $\tau$  为雷达信号到达目标位置所需的时间。

$K \times 1$  阶发射相干处理矢量为:

$$\mathbf{c}(\theta) \triangleq [\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta), \dots, \mathbf{w}_K^H \mathbf{a}_K(\theta)]^T \quad (3)$$

表示子阵内部发射相参信号带来的相干处理增益。

$K \times 1$  阶波形分集矢量为:

$$\mathbf{d}(\theta) \triangleq [e^{-j\omega_c \tau_1(\theta)}, \dots, e^{-j\omega_c \tau_K(\theta)}]^T \quad (4)$$

表示各个子阵首阵元与发射阵列首阵元到目标位置距离不同带来的相位差。

因此,目标反射信号可写为:

$$r(t, \theta) = \sqrt{E_t}\beta(\theta)[\mathbf{c}(\theta) \odot \mathbf{d}(\theta)]^T \boldsymbol{\Psi}_K(t - \tau) \quad (5)$$

式中:  $\boldsymbol{\Psi}_K(t) = [\psi_1(t), \dots, \psi_K(t)]^T$ ,  $\odot$  为 Hdamard 积。

假设目标方位为  $\theta_s$ , 存在  $D$  个干扰,接收阵列为均匀线阵,阵元数  $N$ , 则接收信号为:

$$\mathbf{x}(t) = r(t, \theta_s)\mathbf{b}(\theta_s) + \sum_{i=1}^D r(t, \theta_i)\mathbf{b}(\theta_i) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{b}(\theta_s)$ 、 $\mathbf{b}(\theta_i)$  分别为接收阵列对目标及干扰的接收导向矢量,  $\mathbf{n}(t)$  是功率为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪声。

把  $\mathbf{x}(t)$  与所有子阵发射信号  $\{\phi_k(t)\}_{k=1}^K$  匹配滤波的结果保存成一列,得到  $KN \times 1$  维虚拟数据矢量:

$$\mathbf{y} \triangleq \sqrt{E_t}\beta\mathbf{u}(\theta_s) + \sum_{i=1}^D \sqrt{E_t}\beta\mathbf{u}(\theta_i) + \tilde{\mathbf{n}} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{u}(\theta)$  对应方位  $\theta$  的虚拟导向矢量:

$$\mathbf{u}(\theta) \triangleq [\mathbf{c}(\theta) \odot \mathbf{d}(\theta)] \otimes \mathbf{b}(\theta) \quad (8)$$

$\otimes$  表示 Kronecker 积。

### 3 最佳子阵数目估算方法

采用常规波束形成算法,不加窗函数,第  $k$  个子阵的归一化发射波束形成权矢量为  $\mathbf{w}_k = \mathbf{a}_k(\theta_s)/\|\mathbf{a}_k(\theta_s)\|$ ,接收端  $KN \times 1$  维接收波束形成权矢量为:

$$\mathbf{w}_d \triangleq \mathbf{u}(\theta_s) = [\mathbf{c}(\theta_s) \odot \mathbf{d}(\theta_s)] \otimes \mathbf{b}(\theta_s) \quad (9)$$

$\mathbf{w}_d$  及  $\mathbf{w}_k$  使接收波束以及各个子阵发射波束指向目标方位  $\theta_s$ 。

相控阵 MIMO 雷达归一化波束方向图为:

$$G_K(\theta) \triangleq \frac{|\mathbf{w}_d^H \mathbf{u}(\theta)|^2}{|\mathbf{w}_d^H \mathbf{u}(\theta_s)|^2} = C_K(\theta) \cdot D_K(\theta) \cdot R(\theta) \quad (10)$$

式中:  $C_K(\theta) = |\mathbf{a}_K^H(\theta_s)\mathbf{a}_K(\theta)|^2/M_k^2$  为单个子阵的发射波束方向图,  $D_K(\theta) = |\mathbf{d}^H(\theta_s)\mathbf{d}(\theta)|^2/K^2$  是由于各个子阵之间发射正交信号产生的波形分集方向图,  $R(\theta) = |\mathbf{b}^H(\theta_s)\mathbf{b}(\theta)|^2/N^2$  为接收波束方向图。

波束方向图是雷达的一个重要性能指标,需要进行专门的测试<sup>[8]</sup>,方向图副瓣过高通常会杂波从副瓣进入,产生虚警,影响检测性能。实际应用中通常会利用自适应波束形成<sup>[9]</sup>、阵列发射天线单元幅相校准<sup>[10]</sup>、DBF 接收系统幅相校正<sup>[11]</sup>等方法来改善方向图性能。

下面对相控阵 MIMO 雷达副瓣性能进行分析,给出副瓣性能最优的子阵数目估算方法。

式(10)将相控阵 MIMO 雷达收发波束方向图表示为三个方向图乘积的形式,

$G_K(\theta) = C_K(\theta) \cdot D_K(\theta) \cdot R(\theta)$ ,使用傅里叶分析,接收波束方向图  $R(\theta)$  的平方根可表示为:

$$\frac{|\mathbf{b}^H(\theta_s)\mathbf{b}(\theta)|}{N} = \left| \frac{\sin(N(\Omega - \Omega_s)/2)}{N\sin((\Omega - \Omega_s)/2)} \right| \quad (11)$$

式中:  $\Omega = 2\pi d_s \sin(\theta)/\lambda$ ,  $\Omega_s = 2\pi d_s \sin(\theta_s)/\lambda$ 。

$C_K(\theta)$ 、 $D_K(\theta)$  的平方根可表示为:

$$\frac{|\mathbf{a}_K^H(\theta_s)\mathbf{a}_K(\theta)|}{M_k} = \left| \frac{\sin(M_k(\Omega - \Omega_s)/2)}{M_k \sin((\Omega - \Omega_s)/2)} \right| \quad (12)$$

$$\frac{|\mathbf{d}^H(\theta_s)\mathbf{d}(\theta)|}{K} = \left| \frac{\sin(K(\Omega - \Omega_s)/2)}{K \sin((\Omega - \Omega_s)/2)} \right| \quad (13)$$

假设接收阵列为均匀线阵,间距  $d_s = \lambda/2$ ,给出三个方向图零点、副瓣的  $\sin(\theta) - \sin(\theta_s)$  取值见表 1:

表 1 零点、副瓣分布

	第一零点	第一副瓣	第二零点
$C_K(\theta)$	$2/M_k$	$3/M_k$	$4/M_k$
$D_K(\theta)$	$2/K$	$3/K$	$4/K$
$R(\theta)$	$2/N$	$3/N$	$4/N$

由于  $G_K(\theta) = G_{M-K+1}(\theta)$ ,即子阵数目取  $K$  或  $M_k$  时相控阵 MIMO 雷达具有相同的波束方向图<sup>[1]</sup>,因此可只对  $M_k > K$  的情况进行分析。

假设  $N \geq M_k$ ,此时三个方向图中  $R(\theta)$  的第一副瓣离主瓣最近,将成为合成方向图的第一副瓣,  $C_K(\theta)$  的第

一副瓣对应合成方向图的第二副瓣。为获得较好的副瓣性能,需要使  $C_k(\theta)$  第一零点与  $R(\theta)$  第一副瓣重合,  $C_k(\theta)$  第一副瓣与  $R(\theta)$  第二零点重合,同时为削弱波形分集方向图的影响,  $D_k(\theta)$  第一零点需在  $R(\theta)$  第二零点外侧。这样可抑制副瓣幅值,改善副瓣性能。即需要求解如下问题:

$$\min_{M_k} \left( \left| \frac{2}{M_k} - \frac{3}{N} \right|^2 + \left| \frac{3}{M_k} - \frac{4}{N} \right|^2 \right) \text{st} \frac{2}{K} > \frac{4}{N} \quad (14)$$

式中:  $K = M - M_k + 1, M \geq M_k$ 。

$$\Delta = \left| \frac{2}{M_k} - \frac{3}{N} \right|^2 + \left| \frac{3}{M_k} - \frac{4}{N} \right|^2 = \frac{1}{N^2} (13 \frac{N^2}{M_k^2} - 36 \frac{N}{M_k} + 25) \quad (15)$$

当以下关系成立时,  $\Delta$  取最小值:

$$\begin{cases} M_k = 13N/18 \\ 9(M+1)/11 < N \leq 18M/13 \end{cases} \quad (16)$$

式(16)即为该问题的解,此时子阵数目为:

$$K = M - 13N/18 + 1 \quad (17)$$

当子阵数目、发射/接收阵元数目满足式(16)、式(17)时,得到的波束方向图最大副瓣最低。

一般情况下,发射阵列与接收阵列使用相同阵列,即  $N = M$ ,且阵元数大于 10,满足式(16)中不等式要求。且零点、副瓣峰值与主瓣峰值之间间隔与主瓣位置无关,由阵元数目唯一确定,因此使用式(17)估计得到的最佳阵元数目具有应用价值。

### 4 计算机仿真

假设收发阵列相距很近,若无特别说明,取阵元数  $M = N = 100$ ,间隔均为半波长,发射信号  $\psi_k(t) = \sqrt{1/T_0} \cdot e^{j2\pi kt/T_0}, k = 1, \dots, K$ ,目标位于远场,方位  $\theta_s = 5^\circ$ ,接收端存在高斯白噪声。计算波束方向图时把角度从  $-90^\circ \sim 90^\circ$  量化为 7200 点,采用常规波束形成算法,不加窗。

对所有可能的子阵数目  $K = 1, 2, \dots, 100$  进行仿真,得到副瓣随子阵数变化规律如图 2 所示。

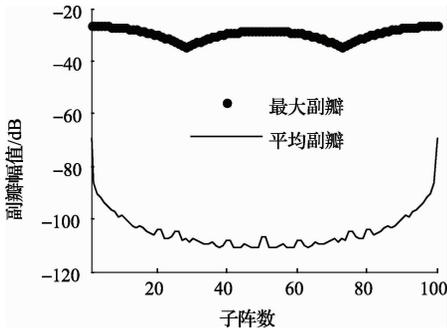


图 2 副瓣随子阵数目变化曲线

几个特殊子阵数目对应副瓣幅值见表 3:

表 3 最大副瓣、平均副瓣幅值

	不同的子阵数目				
	1	28	50	73	100
最大副瓣 /dB	-26.5	-34.4	-28.3	-34.4	-26.5
平均副瓣 /dB	-69.3	-105.5	-105.6	-105.5	-69.3

子阵数目  $K$  取 28 及 73 时,最大副瓣取得最小值  $-34.4$  dB,  $K$  取  $M/2$  时,最大副瓣仍低于相控阵雷达。子阵数目从  $5M/18$  到  $13M/18$  之间平均副瓣变化不大。

子阵数目  $K = M/2$  时副瓣性能并不是最佳,这是由于此时单个子阵的波束方向图与波形分集方向图最大副瓣位置基本重合的缘故。

根据式(19)计算得到最佳子阵数目为  $K = 29$ ,实测值为 28,两者基本吻合。给出  $K$  取 28 及 29 时的波束方向图如图 3 所示。

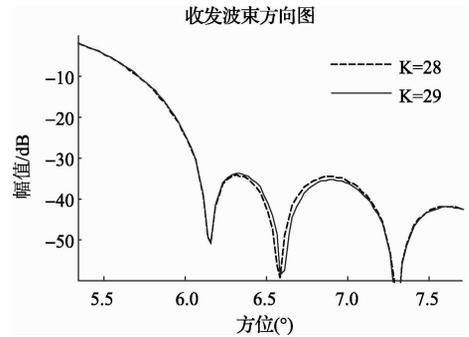


图 3 收发波束方向图

从图中可以看出,相控阵 MIMO 雷达通过合理选取子阵数目,可以将第一副瓣的能量转移到其它副瓣,从而降低最大副瓣幅值。

主瓣 3 dB 宽度随子阵数变化规律如图 4 所示。

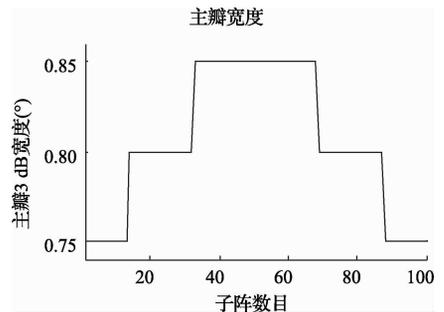


图 4 主瓣 3dB 宽度

相控阵 MIMO 雷达主瓣宽度随子阵数目增加先增大后减小,在  $M/2$  处取得最大值,但整体变化不大。由于计

算波束方向图时量化点数不够,所以主瓣宽度随子阵数目变化曲线不平滑。

假设发射、接收阵列都是间隔半波长的均匀线阵,具有相同的阵元数目。从最大副瓣幅值考虑,统计最佳子阵数目随发射阵列阵元数目变化规律,当不同子阵数目对应的最大副瓣相同时,取较小的子阵数目以减少发射信号数目,降低阵列馈电复杂度。得到最佳子阵数目随总发射阵元数目变化规律如图 5 所示。

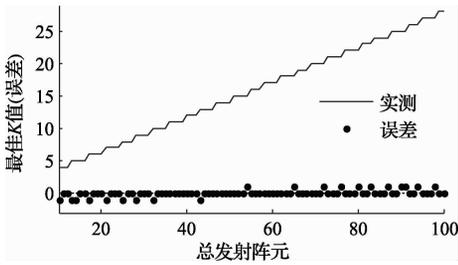


图 5 最佳子阵数目随总阵元数变化规律

其中误差曲线为理论值  $K = 5M/13 + 1$  与实际值的差,结果取整数部分,从图中可以看出,实际的最佳子阵数目与理论分析结果基本吻合。

## 5 结 论

本文针对满重叠划分下的相控阵 MIMO 雷达性能进行研究,分析了子阵数目对副瓣性能的影响,给出实现最佳副瓣性能的子阵数目估算方法,为相控阵 MIMO 雷达阵列设计提供参考。

## 参 考 文 献

- [1] HASSANIEN A, VOROBYOV S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3137-3151.
- [2] FUHRMANN D R, BROWNING J P, RANGASWAMY M. Signaling strategies for the hybrid MIMO phased-array

radar [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1): 66-78.

- [3] BACKES T D. Parameter identifiability in a phased-subarray MIMO radar [C]//Aerospace Conference, 2014 IEEE. IEEE, 2014: 1-6.
- [4] 崔恒珺. 相控阵 MIMO 雷达的信号模型、波束形成与检测性能[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010: 31-38.
- [5] WANG W Q. Phased-MIMO radar with frequency diversity for range-dependent beamforming [J]. Sensors Journal, IEEE, 2013, 13(4): 1320-1328.
- [6] ISMAIL N E D, MAHMOUD S H, HAMED A, et al. Design and analysis of planar phased MIMO antenna for radar applications [J]. Session 3P0, 2014: 1652.
- [7] EL-DIN ISMAIL N, MAHMOUD S H, HAFEZ A S, et al. A new phased MIMO radar partitioning schemes [C]//Aerospace Conference, 2014 IEEE. IEEE, 2014: 1-7.
- [8] 孙永江, 金华松, 邱冬冬, 等. 舰载雷达方向图自动化测试系统研究与实现[J]. 电子测量技术, 2013 (7): 78-82.
- [9] 褚志刚, 段云焯, 沈林邦, 等. 奇异值分解波束形成声源识别方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(11): 1177-1184.
- [10] 陶成忠, 杨露. 可扩充阵列模块自动测试系统的研制[J]. 国外电子测量技术, 2014 (1): 46-49.
- [11] 乔纯捷, 马璐, 黄志刚. 一种星载数字波束形成系统的通道幅相校正方法[J]. 仪器仪表学报, 2014 (z2): 76-80.

## 作 者 简 介

邹佳龙, 硕士研究生, 主要研究领域为雷达总体工程。  
E-mail: zou\_jialong@126.com