基于WFRFT的抗衰落通信系统性能研究

程晓霞[1,2]　陈相宁[1]　于爽[3]　徐超永[1]　陈颖[1]　徐颖鑫[4]　罗昕[5]

(1.南京大学　南京　210046;2.中国人民解放军94362部队　青岛　266111;3.海军士官学校　蚌埠　233010;4.空军预警学院　武汉　430345;5.中国人民解放军94589部队　徐州　221005)

摘　要: 在时间频率双选择衰落信道情况下,提出了一种对抗载波间干扰(ICI)和符号间干扰(ISI)的加权型分数阶傅里叶(weighted-type fractional Fourier transform, WFRFT)变换系统,分析了WFRFT变换系统性能,以及载波频率偏移对系统的影响。在复杂信道环境下,我们推导出WFRFT变换系统的信号干扰比公式,表明WFRFT变换系统受到的ICI干扰介于单载波和多载波系统之间。同时仿真分析了单载波系统、OFDM系统和WFRFT变换系统的误码率特性。仿真结果表明,当存在频偏时,最优分数阶变换系统性能明显优于单载波系统和OFDM系统。

关键词: 加权型分数阶傅里叶变换;载波频率偏移;误码率

中图分类号: TN929.5　**文献标识码:** A　**国家标准学科分类代码:** 510.50

Research in performance results for WFRFT-OFDM system

Cheng Xiaoxia[1,2]　Chen Xiangning[1]　Yu Shuang[3]　Xu Chaoyong[1]　Chen Ying[1]　Xu Yingxin[4]　Luo Xin[5]

(1. School of ESE, Nanjing University, Nanjing 210046, China; 2. Troop 94362 of PLA, Qingdao 266111, China; 3. Petty Officer Academy, Bengbu 233010, China; 4. AIR Force Early Warning Academy, Wuhan 430345, China; 5. Troop 94589 of PLA, Xuzhou 221005, China)

Abstract: In this paper, we analyzed the effects of carrier frequency offset for Weighted fractional Fourier transform (WFRFT) system under the time frequency fading channel. The expression of signal-to-interference ratio (SIR) due to inter-carrier interference (ICI) and intersymbol interference (ISI) is derived and the bit error rate (BER) performance of the BPSK modulation scheme are simulated for single-carrier (SC), OFDM and WFRFT-OFDM systems respectively. Simulation results show that when carrier offset exists, the WFRFT system has superiority over both SC and OFDM systems after choosing an optimal fractional order by experiment.

Keywords: weighted-type fractional Fourier transform (WFRFT); carrier frequency offset (CFO); bit error rate (BER)

1 引　　言

传统的OFDM系统将高速串行数据信号分为多路,调制到相互正交的系统子载波上,可以有效克服由多径衰落引起的时延扩展[1],但系统对频率偏差和多普勒频移比较敏感。快速时变环境下无线信道呈频率和时间的双选择性,即双选择衰落信道,导致系统子载波的正交性被破坏,产生子载波间干扰(ICI),造成系统性能的快速下降[2]。随着信道时变特性的加剧,ICI能量显著增大。为解决这种情况,本文提出一种适用于时频双选择信道的OFDM系统,采用加权型分数阶傅里叶变换来进行子载波调制与解调。

分数傅里叶变换(fractional Fourier transform,FRFT)是一种时域和频域联合的信号处理方法,具有丰富的定义形式[3],其离散形式及快速算法的研究已经很深入[4]。其中出现最早的是V. Namias在1980年提出的以“chirp”信号为正交基,被称为“chirp类FRFT”(chirp-type FRFT, CFRFT)[5]。而本文所研究的,是C. C. Shih在1995年首次提出,与CFRFT有很大不同的“加权类FRFT”,即WFRFT[6]。基于此,文献[7-9]提出了通过DFT定义的WFRFT数字通信系统。选择适当的分数调制阶数,从而能够实现信号在时频域自由的旋转,通过将加权型分数阶变换与经典的OFDM系统结合而显著提高通信系统性能[9]。本文使用信号干扰比(SIR)来评价系统性能[10]。

收稿日期:2015-04

2 系统模型

2.1 加权型分数阶傅里叶变换(WFRFT)定义

我们将函数 $g(x)$ 的 1 ～ 3 次傅里叶变换结果写为 $G(x)$、$g(-x)$、$G(-x)$，具体形式如式(1)[7]：

$$\begin{cases} \mathscr{F}^1[g(x)] = \mathscr{F}^1[g_0(x)] \xrightarrow{x=k} g_1(x) = G(x) \\ \mathscr{F}^2[g_0(x)] = \mathscr{F}^1[g_1(x)] \xrightarrow{x=k} g_2(x) = g(-x) \\ \mathscr{F}^3[g_0(x)] = \mathscr{F}^1[g_2(x)] \xrightarrow{x=k} g_3(x) = G(-x) \\ \mathscr{F}^4[g_0(x)] = \mathscr{F}^1[g_3(x)] \xrightarrow{x=k} g_4(x) = g(x) \end{cases} \tag{1}$$

根据傅里叶变换周期为 4 的特点和分数傅里叶变换的基本性质，C. C. Shih 试着用 $g_0 \sim g_3$ 4 个状态来描述所有分数阶傅里叶变换 $F_{4W}^{\alpha}[g(x)]$，并定义了 WFRFT[8]，如公式(2)所示。

$$\mathscr{F}_{4w}^{\alpha}[g(x)] = \omega_0(\alpha)g(x) + \omega_1(\alpha)G(x) + \omega_2(\alpha)g(-x) + \omega_3(\alpha)G(-x) \tag{2}$$

式中：

$$\omega_l(\alpha) = \cos\left[\frac{(\alpha-l)\pi}{4}\right]\cos\left[\frac{2(\alpha-l)\pi}{4}\right] \cdot \exp\left[\frac{3(\alpha-l)\pi j}{4}\right] (l = 0,1,2,3) \tag{3}$$

2.2 基于 WFRFT 数字通信系统模型

图 1 是 WFRFT-OFDM 通信系统框图，系统由发射和接收模块组成，其中调制模块 FFT/IFFT 被 WFRFT/IWFRFT 替换，并将 WFRFT 与经典的 OFDM 系统结合，系统的其他模块也需要进行相应改进。因此 WFRFT 系统可以兼容现有的通信系统，并不需要做大量的系统改变。

WFRFT 调制模块是输入一组长度为 N 串行数据，经过串并转换后分为四个支路分别进行处理。系统中 ω_1 和 ω_3 支路的数据与加权系数相乘后经过傅里叶变换(DFT)模块进行处理，其与经典的 OFDM 系统类似，对应多载波分量。另外 ω_0 和 ω_2 两个支路不需要经过 DFT 模块处理，只进行信号反相和加权，对应单载波分量。这个过程可以认为 WFRFT 系统在物理实现上包含了单载波和多载波两个分量，属于单、多载波的混合调制系统[8]。

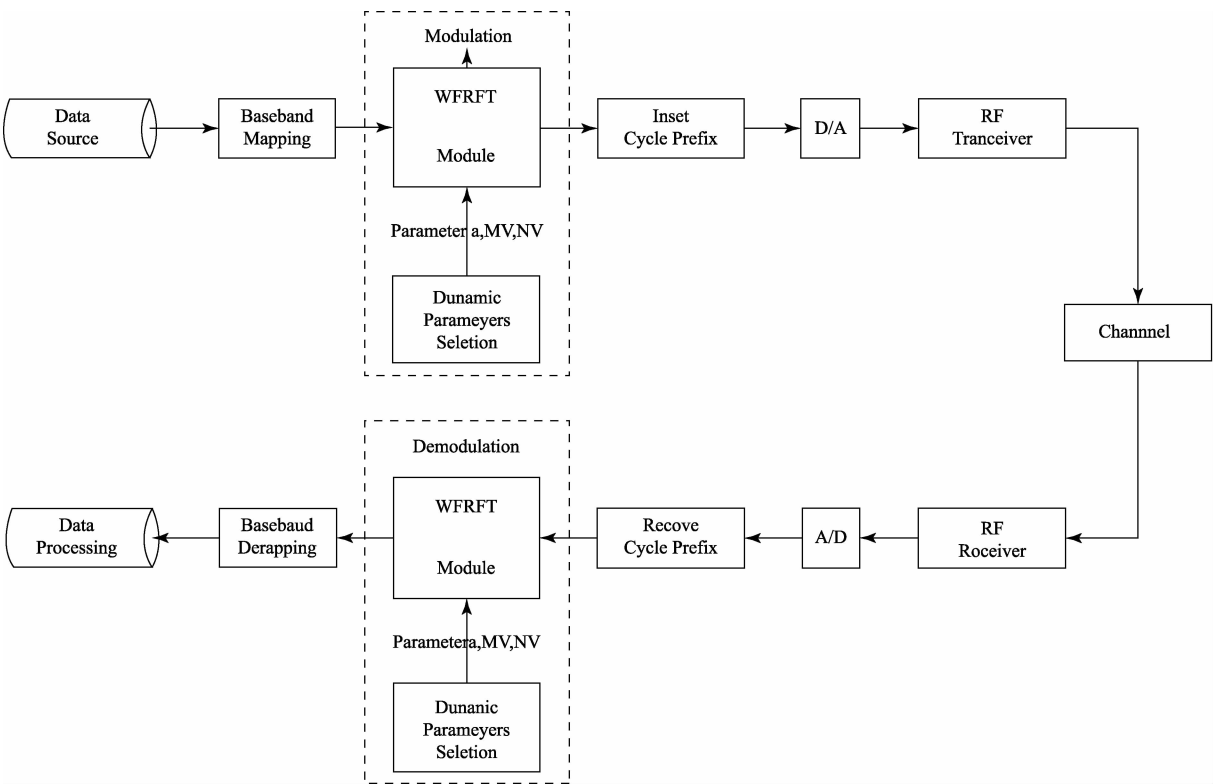

图 1 WFRFT 通信系统框图

2.2.1 传输信号模型

考虑进行 N 点 FFT 的 WFRFT-OFDM 传输系统。在发送端经过 IWFRFT 调制模块和加循环前缀(cp),一个 WFRFT-OFDM 符号的基带接收信号可表示为:

$$S_0(n)=\omega_0 X_0(n)+\omega_1\cdot\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1}X_0(k)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}+\omega_2 X_0(-n)+\omega_3\cdot\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1}X_0(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \tag{4}$$

式中:$n\in\{0,\cdots,N-1\}$,$X_0(n)$ 是未经子载波调制的信号,$X_0(k)$ 是第 k 个经过子载波数据调制的接收信号。$\omega_l(\alpha)$ 由式(3)决定,α 为 IWFRFT 的调制阶数。

2.2.2 时频选择性衰落信道

在双选择衰落信道环境下,由于存在载波频率偏移和相位噪声,基带接收信号表示为:

$$y(n)=e^{\frac{j2\pi\varepsilon n}{N}}e^{j\Phi_n}\sum_{l=0}^{L-1}S_0(n-l)h(l,n)+z(n) \tag{5}$$

式中:ε 表示分数阶载波频偏,Φ_n 表示相位噪声,$z(n)$ 是方差为 N_0 的加性高斯白噪声。Φ_n 的自相关函数表示为[11]:

$$E\left[e^{j\Phi_n}e^{-j\Phi'_n}\right]=e^{-\pi\beta T_s|n-n'|/N} \tag{6}$$

2.2.3 频域接收信号

在执行 WFRFT 调制的接收端,第 k 个接收子载波 $Y(k)$ 可以表示为:

$$Y(k)=\omega_0\sum_{l=0}^{L-1}X_{k-l}h_{l,n}+\omega_1\left[G_{k,k}X_k+\sum_{k'=0\ k'\neq k}^{N-1}G_{k,k'}X_{k'}\right]+\omega_2\sum_{l=0}^{L-1}X_{l-k}h_{l,n}+\omega_3\left[G'_{k,k}X_k+\sum_{k'=0\ k'\neq k}^{N-1}G'_{k,k'}X_{k'}\right]+Z(k) \tag{7}$$

式中:$k=0,\cdots,N-1$,$Z(k)$ 是频域高斯白噪声,

$$\begin{cases}G_{k,k'}=\dfrac{1}{N}\sum_{l=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{N-1}h_{l,n}e^{j2\pi(nk'-nk-lk'+n\varepsilon)/N}\\ G'_{k,k'}=\dfrac{1}{N}\sum_{l=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{N-1}h_{l,n}e^{j2\pi(-nk'+nk+lk'+n\varepsilon)/N}\end{cases} \tag{8}$$

等式右边第一项为频域的有效信号,其余项为其他子载波对第 k 个子载波的干扰,即子载波间干扰(inter-carrier interference,ICI)。

3 信号载波干扰比(SIR)

载波间干扰程度可以用系统的接收信号载波干扰比(signal-ICI-ratio,SIR),即子载波能量与 ICI 干扰能量的比值来表征,SIR 越大,载波间干扰越小,可表示为式(9):

$$SIR=\frac{\omega_0E\left[\left|\sum_{l=0}^{L-1}X_{k-1}h_{l,n}\right|^2\right]+\omega_1E\left[\left|G_{k,k}X_k\right|^2\right]+\omega_2E\left[\left|\sum_{l=0}^{L-1}X_{l-k}h_{l,n}\right|\right]+\omega_3E\left[\left|G'_{k,k}X_k\right|^2\right]}{\omega_1E\left[\left|\sum_{k'=0\ k'\neq k}^{N-1}G_{k,k'}X_{k'}\right|^2\right]+\omega_3E\left[\left|\sum_{k'=0\ k'\neq k}^{N-1}G'_{k,k'}X_{k'}\right|^2\right]} \tag{9}$$

式中:

$$E(G'_{k,k'}G'^{*}_{r,r'})=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l'=0}^{L-1}\sum_{n'=0}^{N-1}E\left[h_{l,n}h^{*}_{l',n'}\right]\times e^{j2\pi((-nk'+nk+lk'+n\varepsilon)-(n'r'-n'r-l'r'+n'\varepsilon))/N}E\left[e^{j\Phi_n}e^{-j\Phi'_n}\right] \tag{10}$$

由(5)和(7),可得:

$$E(|G'_{k,k'}|^2)=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sum_{r=1-N}^{N-1}(N-|r|)\times J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\sigma_l^2e^{j2\pi r(\Delta+\varepsilon)/N}e^{-\pi\beta T_s|r|/N} \tag{11}$$

式中:$r=n-n'$,$\Delta=k-k'$ 和 $J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)$ 都是 r 的函数。式(11)可以表示为

$$E(|G'_{k,k'}|^2)=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sigma_l^2\left\{N+2\sum_{r=1}^{N-1}(N-r)J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi r\Delta}{N}\right)\cos\left(\frac{2\pi r\varepsilon}{N}\right)e^{-\frac{\pi\beta T_r}{N}}\right\} \tag{12}$$

$$E(|G'_{k,k}|^2)=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sigma_l^2\left\{N+2\sum_{r=1}^{N-1}(N-r)J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi r\varepsilon}{N}\right)e^{-\frac{\pi\beta T_r}{N}}\right\} \tag{13}$$

同理:

$$E(|G_{k,k'}|^2)=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sigma_l^2\left\{N+2\sum_{r=1}^{N-1}(N-r)J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi r\Delta}{N}\right)\cos\left(\frac{2\pi r\varepsilon}{N}\right)e^{-\frac{\pi\beta T_r}{N}}\right\} \tag{14}$$

$$E(|G_{k,k}|^2)=\frac{1}{N^2}\sum_{l=0}^{L-1}\sigma_l^2\left\{N+2\sum_{r=1}^{N-1}(N-r)J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi r\varepsilon}{N}\right)e^{-\frac{\pi\beta T_r}{N}}\right\} \tag{15}$$

最终得到 WFRFT-OFDM 系统的信号载波干扰比 SIR 的表达式为式(16):

$$SIR=\frac{(\omega_0+\omega_2)\sum_{l=0}^{L-1}\sigma_1^2+(\omega_1+\omega_3)\frac{1}{N^2}\sum_{r-1}^{N-1}\sigma_1^2\{N+2\sum_{r-1}^{N-1}(N-r)J_0\left(\frac{2\pi f_d rT_s}{N}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi r\varepsilon}{N}\right)e\}}{} \tag{16}$$

可知,WFRFT-OFDM 系统中的干扰主要是发送和接收端的频差,包括多普勒频偏和载波频偏。SIR 与当前使用的调制阶数有关,结合信道条件,在发送端选择适当的调制阶数能有效提高系统 SIR 性能,因而研究最优阶数的选取有重大的意义。

4　WFRFT-OFDM 系统建模仿真

WFRFT-OFDM 系统在简化的双弥散信道下与传统的单载波和多载波系统相比，具有明显的优势。WFRFT-OFDM 系统可以灵活的选择发送端调制阶数 α，选取最优阶数使系统获得最优性能，以适应不同通信条件。同时，由于 WFRFT 是广义的傅里叶变换，系统可以通过选取调制阶数 α 转换为单载波或多载波系统，完全兼容现有的通信体制。

4.1　WFRFT-OFDM 系统仿真参数

仿真系统信道采用简化的时频双衰落信道，选取变换点数为 128，并确定导频数目和循环前缀，由于傅里叶变换的周期性所以阶数选取 0～2。

4.2　WFRFT-OFDM 系统性能仿真

4.2.1　不同频偏条件下 WFRFT-OFDM 系统的 SIR 与调制阶数关系

图 2 为不同频偏条件下系统 SIR 与调制阶数的关系，仿真分别选取归一化频率偏差($fo*Ts*N$)值为 0.005、0.01、0.05 和 0.1，分析系统 SIR 的性能。

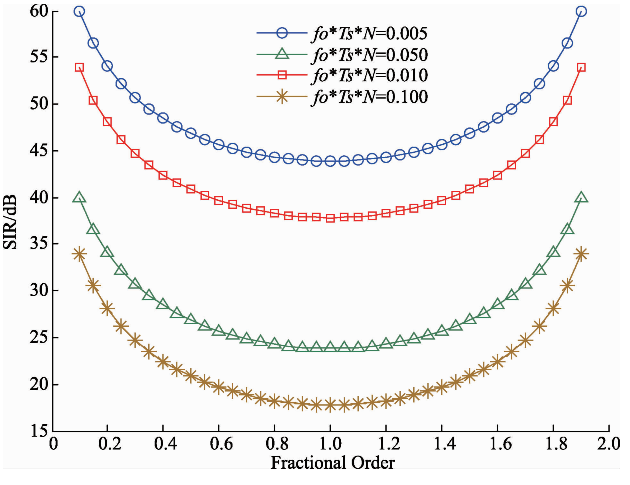

图 2　不同频偏条件下系统 SIR 与调制阶数的关系

数值仿真结果表明，随着归一化频差逐渐增大，系统 SIR 性能呈下降趋势，系统最优与最差 SIR 性能相差接近 20 dB。而在同样的归一化频差情况下，系统 SIR 性能在调制阶数为 1 时系统最差，调制阶数为[0，1]时递减，在[1，2]的范围内递增，可见频率偏差对系统 SIR 性能有较大影响。

4.2.2　不同调制阶数条件下系统 SIR 与频偏的关系

图 3 为不同调制阶数下，系统 SIR 与频偏的关系。实验分别选取分数阶为 1.4、1 和 0.5 的调制信号，归一化频偏范围为[0.01，0.1]。

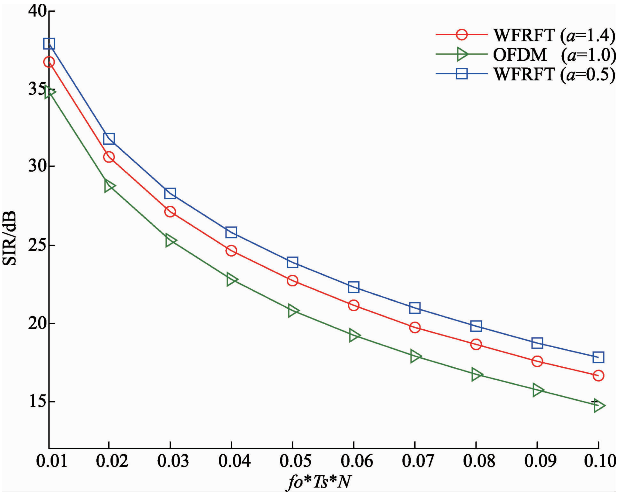

图 3　不同调制阶数下系统 SIR 与频偏的关系

仿真结果表明：不同调制阶数的系统 SIR 性能随归一化频偏增大而呈下降趋势；当归一化频偏相同时，调制阶数为 1.4 和 0.5 的加权型分数阶系统性能要优于阶数为 1 的 OFDM 系统，可见调制阶数选取的越接近单载波体制，频差对系统影响越小。

以上两个仿真实验可知，归一化频差是影响系统性能的主要因素，设计系统时尽量减少系统的频率偏差；在相同频差条件的系统中，调制阶数为 1 时的 OFDM 系统，具有最差的 SIR 性能，而分数调制阶数的系统均优于 OFDM 系统。信道存在较大频差时，尽量避免使用 OFDM 体制的多载波系统。

4.2.3　误码率与信噪比的关系(频偏为 0.01)

图 4 为不同分数调制阶数下 WFRFT-OFDM 系统的误码率(BER)与信噪比的关系。系统受到载波间干扰影响大小可以通过测量系统的误码率性能来衡量，仿真帧数 10^5，每帧数据为 128 点，在接收端统计系统的误码率。

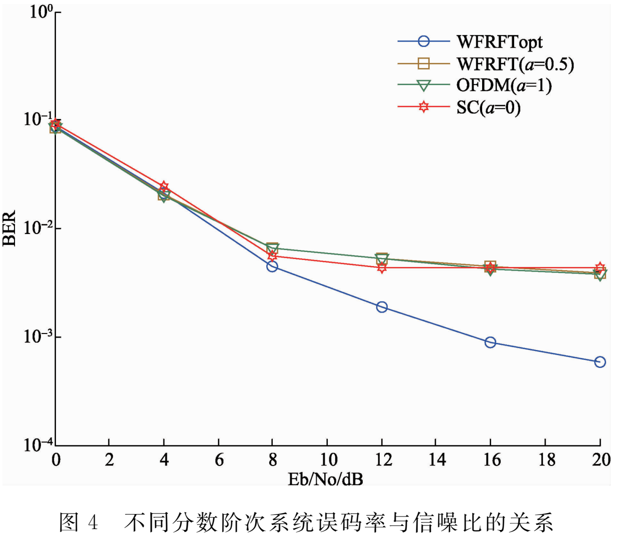

图 4　不同分数阶次系统误码率与信噪比的关系

仿真选取了最优的分数阶次(1.7)和 0.5、1、0 阶,其中 1 阶对应经典的 OFDM 系统,0 阶对应单载波系统,归一化频率偏差为 0.01,仿真信道仍是简化的时频双选择性衰落信道,通过 MATLAB 进行建模仿真。

仿真结果表明:在双选择衰落信道下,不同调制阶数的系统误码率性能都随着系统信噪比的增强而表现得更好,其中当信噪比超过 8 dB 时最优阶数 WFRFT 系统与非最优阶数系统、OFDM 系统和单载波系统相比具有突出的性能优势。非最优阶数的 WFRFT 系统、OFDM 系统和单载波系统在信噪比达到一定数值时会呈现"误码平层",即随着信噪比提升到某一数值,系统的误码率性能不再有任何改善。最优阶数 WFRFT 系统没有这种瓶颈效应,在高信噪比条件下,具有突出的性能优势。因此选取最优的 WFRFT 系统调制阶数对系统性能有重大意义。在使用 WFRFT 系统时,最重要的是根据当前的通信状况和信道条件,通过不断的尝试找到最优的调制阶数。

5 结 论

本文根据加权型分数阶傅里叶变换理论的提出 WFRFT-OFDM 系统模型,研究了 WFRFT-OFDM 系统在衰落信道下受载波间干扰和符号间干扰的理论模型,最后与传统的 OFDM 系统和单载波系统在时频双选择性衰落信道下进行性能对比,如果选择合适的调制阶数可以显著提高系统性能。

参考文献

[1] 陈宜文,许斌,郝建华,等.基于 OFDM 技术的电力线通信系统建模与仿真[J].国外测量技术,2015(2):21-26.

[2] HAMDI K A. Exact SINR analysis of wireless OFDM in the presence of carrier frequency offset[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(3): 975-979.

[3] MEI L, ZHANG Q Y, SHA X J, et al. Digital computation of the weighted-type fractional Fourier transform[J]. Science China Information Sciences, 2013, 56(7): 1-12.

[4] 谢为群,刘中杰,马世伟. 离散分数阶 Fourier 变换的阶数分解算法[J]. 电子测量技术,2009(2):63-65.

[5] NAMIAS V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics[J]. IMA Journal of Applied Mathematics, 1980, 25(3): 241-265.

[6] SHIH C C. Fractionalization of Fourier transform [J]. Optics Communications, 1995, 118(5): 495-498.

[7] MEI L, SHA X J, RAN Q W, et al. Research on the application of 4-weighted fractional Fourier transform in communication system [J]. Science China Information Sciences, 2010, 53 (6): 1251-1260.

[8] MEI L, SHA X, ZHANG N. The approach to carrier scheme convergence based on 4-weighted fractional fourier transform [J]. Communications Letters, IEEE, 2010, 14(6): 503-505.

[9] SHA X, QIU X, MEI L. Hybrid carrier CDMA communication system based on weighted-type fractional Fourier transform [J]. Communications Letters, IEEE, 2012, 16(4): 432-435.

[10] NGUYEN-DUY-NHAT V, NGUYEN-LE H, TANG-TAN C, et al. SIR Analysis for OFDM Transmission in the Presence of CFO, Phase Noise and Doubly Selective Fading [J]. Communications Letters, IEEE, 2013, 17(9): 1810-1813.

[11] ZEMEN T, MECKLENBR? UKER C F. Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences [J]. IEEE Transactions on Sighal Processing, 2005, 53(9): 3597-3607.

作者简介

程晓霞,1983 年出生,硕士研究生,助理工程师,主要研究方向为移动和下一代无线通信系统中,CDMA,OFDM 以及加权型分数阶傅里叶系统。